

# Числа и цифры. Уровень 1

**Задача 1.** Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в 5 раз.

**Задача 2.** К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.

**Задача 3.** Найдите все числа, равные удвоенной сумме своих цифр.

**Задача 4.** Число  $\overline{42X4Y}$  делится на 72. Найти его цифры  $X$  и  $Y$ .

**Задача 5.** Найдите все натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить ноль.

# Числа и цифры. Уровень 2

**Задача 1.** Может ли произведение трёх трёхзначных чисел, для записи которых использовано девять различных цифр, оканчиваться четырьмя нулями?

**Задача 2.** Цифры трёхзначного числа  $A$  записали в обратном порядке и получили число  $B$ . Может ли число, равное сумме  $A$  и  $B$ , записываться только нечётными цифрами?

**Задача 3.** У Незнайки есть пять карточек с цифрами: 1, 2, 3, 4 и 5. Помогите ему составить из этих карточек два числа – трёхзначное и двузначное – так, чтобы первое число делилось на второе.

**Задача 4.** Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.

**Задача 5.** У двузначного числа первая цифра вдвое больше второй. Если к этому числу прибавить квадрат его первой цифры, то получится квадрат некоторого целого числа. Найдите исходное двузначное число.

**Задача 6.** Найдите двузначное число, которое вдвое больше произведения своих цифр.

# Числа и цифры. Уровень 3

**Задача 1.** За один ход разрешается или удваивать число, или стирать его последнюю цифру. Можно ли за несколько ходов получить из числа 458 число 14?

**Задача 2.** Найти все числа, которые в 12 раз больше суммы своих цифр.

**Задача 3.** Вася задумал три различные цифры, отличные от нуля. Петя записал все возможные двузначные числа, в десятичной записи которых использовались только эти цифры. Сумма записанных чисел равна 231. Найдите цифры, задуманные Васей.

**Задача 4.** Найти наименьшее натуральное число, начинающееся с цифры 4 и уменьшающееся в четыре раза от перестановки этой цифры в конец числа.

## Числа и цифры. Уровень 4

**Задача 1.** Квадрат суммы цифр числа  $A$  равен сумме цифр числа  $A^2$ . Найдите все такие двузначные числа  $A$ .

**Задача 2.** У каждого из девяти натуральных чисел  $n, 2n, 3n, \dots, 9n$  выписали первую слева цифру. Может ли при некотором натуральном  $n$  среди девяти выписанных цифр быть не более четырёх различных?

**Задача 3.** Существуют ли два последовательных натуральных числа, сумма цифр каждого из которых делится на 7?

**Задача 4.** Натуральное число  $n$  записано в десятичной системе счисления. Известно, что если какая-то цифра входит в эту запись, то  $n$  делится нацело на эту цифру (0 в записи не встречается). Какое максимальное число различных цифр может содержать эта запись?

**Задача 5.** В прошлом году Миша купил смартфон, который стоил целое четырёхзначное число рублей. Зайдя в магазин в этом году, он заметил, что цена смартфона выросла на 20% и при этом состоит из тех же цифр, но в обратном порядке. Какую сумму Миша потратил на смартфон?

**Задача 6.** Найдите 100-значное число без нулевых цифр, которое делится на сумму своих цифр.

## Числа и цифры. Уровень 5

**Задача 1.** Астролог считает, что 2013 год *счастливым*, потому что 2013 нацело делится на сумму  $20 + 13$ . Будет ли когда-нибудь два счастливых года подряд?

**Задача 2.** Назовём натуральное число *интересным*, если сумма его цифр – простое число. Какое наибольшее количество интересных чисел может быть среди пяти подряд идущих натуральных чисел?

**Задача 3.** Верно ли, что, изменив одну цифру в десятичной записи любого натурального числа, можно получить простое число?

**Задача 4.** К некоторому натуральному числу справа последовательно приписали два двузначных числа. Полученное число оказалось равным кубу суммы трёх исходных чисел. Найдите все возможные тройки исходных чисел.

**Задача 5.** Найдите максимальное число  $N$ , для которого существуют такие  $N$  последовательных целых положительных чисел, что сумма цифр первого числа делится на 1, сумма цифр второго числа – на 2, сумма цифр третьего числа – на 3, ..., сумма цифр  $N$ -го числа – на  $N$ .