Программа государственного экзамена на степень "Бакалавр математики" по направлению подготовки "Математика" на 2016/2017 учебный год

1. Алгебра

1. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме. Извлечение корней из комплексных чисел.
2. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
3. Обратимые матрицы. Критерий обратимости матрицы и формула обратной матрицы.
4. Разложение многочлена с комплексными коэффициентами на линейные множители, каноническое разложение. Простые и кратные корни. Корни многочлена и его производной.
5. Разложение многочлена с вещественными коэффициентами на неприводимые множители. Существование вещественного корня у многочлена с вещественными коэффициентами нечетной степени.
6. Координаты вектора и их свойства. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
7. Подпространство решений однородной системы линейных алгебраических уравнений и его размерность. Фундаментальная система решений и общее решение.
8. Неоднородные системы линейных алгебраических уравнений. Критерий совместности (теорема Кронекера-Капелли). Частное и общее решения.
9. Процесс ортогонализации и существование ортонормированных базисов в евклидовом пространстве.
10. Линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора и их свойства. Характеристический многочлен линейного оператора.

Литература

1. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1974.
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука. 1977.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука. 1973.

2. Математический анализ

1. Понятие непрерывной функции одного переменного в точке и на множестве. Свойства функций, непрерывных на отрезке (доказать одно).
2. Понятие дифференцируемой в точке и на множестве функции одного переменного, необходимое условие дифференцируемости. Теорема Лагранжа о конечных приращениях (доказать).
3. Понятие дифференцируемой функции многих переменных в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке (доказать последнее).
4. Понятие сходящегося числового ряда. Критерий и признаки сравнения сходимости положительного числового ряда (доказать признак сравнения в предельной форме).
5. Понятие интегрируемой на отрезке $[a, b]$ функции, необходимое условие интегрируемости, суммы Дарбу, критерий Дарбу, теорема об интегрируемости непрерывной на отрезке функции (доказать последнюю теорему).
6. Поточечная и равномерная сходимости функциональной последовательности на множестве, предельная функция. Теорема о непрерывности предельной функции функциональной последовательности (доказать).
7. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда. Критерии равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда (доказать).
8. Собственный интеграл, зависящий от параметра (СИЗП). Теорема о предельном переходе для СИЗП, следствие о непрерывности СИЗП в точке.
9. Несобственный интеграл с единственной особой точкой, его сходимость. Критерии сходимости несобственного интеграла (доказать один).
10. Понятие криволинейного интеграла второго рода в R^2. Формула Грина (доказать для областей типа (T)).

Литература

1. Архипов Г.В., Садовничий В.А., Чубаринов В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 1999.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1979.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Наука. Т.1, 1985; Т.2, 1987; Т.3, 1988.
4. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М.: Изд-во МФТИ, 2000.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3. М.: Наука, 1970.

3. Теория функций комплексного переменного

1. Критерий дифференцируемости функции комплексного переменного в точке области. Условия Коши-Римана.
2. Интегральная теорема Коши. Доказательство Гурса для треугольника.
3. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора.
4. Теорема о разложении аналитической в кольце функции в ряд Лорана.
5. Теорема о логарифмическом вычете.

Литература

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1978. 416 с.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1967. 444 с.
3. Сидоров Ю.Ф., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1976. 408 с.

4. Теория функций и функциональный анализ

1. Определения метрического, нормированного и гильбертова пространств.
2. Принцип сжимающих отображений.
3. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейных функционалов для вещественного линейного пространства.
4. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха-Штейнгауза.
5. Резольвента и спектр линейного ограниченного оператора. Точечный, непрерывный и остаточный спектры. Ограниченность и замкнутость спектра.
6. Компактные операторы: определение, примеры и простейшие свойства.
7. Понятие интеграла Лебега.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989. - 624 с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965. - 520 с.
3. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Изд-во МГУ, 1986. - 368 с.

5. Аналитическая, дифференциальная геометрия и топология

1. Общее уравнение плоскости в пространстве, параметрические уравнения прямой в пространстве.
2. Центр кривой второго порядка. Исследование уравнений центра.
3. Теорема о кривизне кривой, вычислительные формулы.
4. Теорема о кручении кривой.
5. Уравнения для отыскания главных кривизн и главных направлений поверхностей.
6. Непрерывные отображения топологических пространств, их свойства.

Литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1988.
2. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М.-Л.: ГИТТЛ. – 1951.
3. Александрян Р.А., Мирзаханян Э.А. Общая топология. - М.: Высш. шк., 1979.

6. Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

1. Формулировка теоремы существования и единственности для уравнения $y' = f(x, y)$.
2. Линейное неоднородное уравнение первого порядка. Решение методом Лагранжа.
3. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка с непрерывными коэффициентами (определение, существование, общее решение уравнения).
4. Построение фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
5. Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью в виде квазимногочлена.
6. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.
7. Формула Даламбера и ее исследование.
8. Метод Фурье для уравнения колебаний струны и уравнения теплопроводности.
9. Гармонические функции и их свойства.

Литература

1. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1983.
3. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.
6. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.

7. Численные методы

1. Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений (на примере метода Ньютона или метода простой итерации).
2. Построение интерполяционных многочленов Лагранжа или Ньютона. Оценка остаточного члена.
3. Квадратурные формулы для численного интегрирования (на примере формул прямоугольников или трапеций). Оценка погрешности.
4. Методы численного решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (на примере методов Эйлера или Рунге-Кутта).

Литература

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Бином, 2004.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. БЧВ-Петербург, 2011.
3. Вержбицкий В.М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения. М.:Оникс 21 век, 2005.
4. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Оникс 21 век, 2006.

8. Теория вероятностей

1. Вероятностное пространство.Определение (аксиомы) вероятности на булевой алгебре
2. Свойства вероятности на булевой алгебре.
3. Условная вероятность. Независимые события. Примеры.
4. Формула полной вероятности. Примеры.
5. Случайные величины. Функция распределения.

Литература

1. Боровков А. А. Курс теории вероятностей. М.: Наука. 1986. 342 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука. 1988. 448 с.
3. Драгилев М. М. Теория вероятностей. М.: Вузовская книга. 2002. 164 с.