Евдем Родосский (IV в. до н.э.)
Прокл Диадох(V в. н.э.)
Пьер Рамус (XVI в) – первая периодизация
Жан Монтюкла, Абрахам Кестнер (XVIII в)

Абрахам Кестнер (1719–1800)

**ПЕРИОДИЗАЦИЯ ПО РАМУСУ**

- халдейский период («от Адама до Авраама»);
- египетский;
- греческий (от Фалеса до Теона Александрийского);
- новейший (с IV в. н.э. до эпохи Возрождения).

Жан Этьен Монтюкла (1725–1799)

Как наука, история математики сформировалась к XIX веку, но в течение многих веков учёные, среди прочего, занимались и тем, что исследовали историю тех задач, которыми занимались. Так, информацию о многих открытиях ученых Древней Греции мы черпаем из труда Прокла (V в. н.э.), который, в свою очередь, опирался на не дошедшую до наших времен историю геометрии ученика Аристотеля Евдема Родосского, относящуюся примерно к 320 г. до н.э. Первая периодизация была предложена Пьером Рамусом в XVI веке, а в XVIII веке появляются несколько серьезных научных трудов (в частности, двухтомник француза Жана Монтюкла и «История математики» немецкого геометра Абрахама Кестнера – в ней хронология событий доведена до середины XVIII в.). Пьер Рамус, известный также под именем **Пьер Раме** (1515-1572**)** в полной мере имел право называться человеком эпохи Возрождения. Математик и философ, он был активным участником религиозных сражений во Франции. Внес значительный вклад в реформу математического образования, в развитие логики (был принципиальным противником Аристотеля и выступал против опиравшейся на его идеи схоластической логики, надеясь, что ее обновление приведет к созданию новой философии, которая будет ближе к жизни и принесет реальную пользу, однако «рамизм» оказался наиболее противоречивым течением в философии XVI-XVII вв.). К математике Рамус обратился после того, как ему запретили преподавать философию. Критерием истинности научного знания Рамус считал наблюдение и практику, стремился к тому, чтобы методы обучения основывались на сознательном усвоении знаний и способствовали бы развитию самостоятельного мышления.


Один из основных трактатов - «Арифметика» вышел из печати в 1555. Во вступлении – критика и Аристотеля, и Евклида – за отсутствие метода. Попытка дать математике обоснование, основанное на арифметике. Развитие алгебраической символики. Принцип дихотомии при классификации геометрических объектов (прямоугольники – квадраты и продолговатые). Понятие параллельность – и для кривых (линии, которые везде одинаково отстоят друг от друга). Особое внимание – практическим методам измерения и измерительным инструментам (доказательства и общие теоремы считал излишеством). Представляют интерес также *«Математическое введение»* (первый труд по истории математики) и подход к классификации математических наук (Рамус под математикой понимал только арифметику и геометрию, а астрономию, оптику и музыку относил к физике, подчеркивая, однако, их непрерывную связь с математикой). Трагический конец – саму Варфоломеевскую ночь пережил, но через сутки в его дом ворвалась банда убийц.

**Виктор Викторович Бобынин**

(1849-1919)

*«Предмет истории математики состоит в изучении постепенного развития математики, путей, которым оно следовало, и законов, которыми оно управлялось. Так как математика ранее других наук возвысилась на степень науки в настоящем смысле этого слова и затем сделалась дедуктивною, то история ее развития может быть по справедливости названа частью истории чистого мышления или истории развития человеческого духа.*

*В этом своем значении история математики, наравне с историей логики и философии, приобретает громадную важность для истории культурного развития человечества… В свою очередь, и история математики не может, а, следовательно, и не должна обходиться без знакомства с факторами культуры, так как только при их посредстве она приобретает возможность пополнить некоторые из своих многочисленных пробелов»*

Одно из самых точных определений истории математики как науки дал Виктор Викторович Бобынин. Образовние он получил в Московском университете, преподавал математику в Нижегородской военной гимназии, 4-й Московской военной гимназии, 1-м и 3-м Московских кадетских корпусах. С 1882 г. вел курс истории математики в Московском университете. Состоял членом Императорского общества любителей естествознания, антропологии и этнографии, Московского математического общества, Казанского и Киевского физико-математических обществ, Парижской постоянной комиссии по составлению библиографического каталога математических наук. Был убежден, что при правильном преподавании математики необходимо знание преподавателями в основных чертах истории математики и введение в преподавание её элементов.

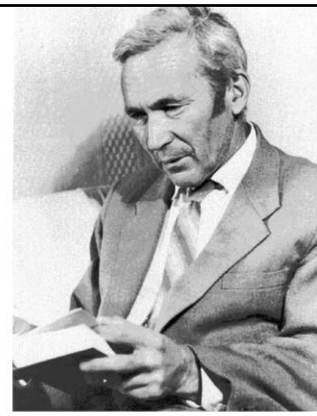

Переехав в 1881 г. в Москву, Бобынин увлекся изучением египетских папирусов и, преподавая также в военной гимназии, подготовил работу «Математика у древних египтян» по материалам папируса Ринда, опубликованного в 1877 г. Эйзенлором, успешно защитил ее и, получив звание приват-доцента и право чтения лекций в университете, приступил к чтению курса «История математики» в Московском университете.

В то же время он продолжает ту работу, которой он посвятил всю свою жизнь— изучение истории развития физико-математических наук в России. Он делает первую попытку привлечь к этому делу широкие слои интеллигенции, в первую очередь учителей. В августе 1883 г. Бобынин выступил в Одессе на VII Всероссийском съезде естествоиспытателей и врачей (в секции астрономии и математики) с тремя докладами: «Философское, научное и педагогическое значение истории математики», «О собирании памятников народной математики», и «Приёмы официального землемерия в России XVII столетия». В 1885 году начинает издавать журнал «Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем».Продержался до 1898 года (издавался фактически за счет личных средств, подписка была ограниченной). После революции 1917 г. В.В. Бобынин переехал в свое имение близ Тулы. С 1918 г. стал преподавать математику в Тульской гимназии, жил в Туле, но по-прежнему читал необязательный курс лекций по истории математических наук в Московском университете. Умер Виктор Викторович Бобынин в 1919 г. от сыпного тифа и похоронен в братской могиле в Туле на Всехсвятском кладбище.


Мориц Кантор – идеолог антикваризма – выпускник Гейдельбергского университета, где и проработал фактически всю жизнь. «Лекции по истории математики охватывают период до 1799 года. Четвертый том написан коллективом авторов. Редактировал исторический отдел «Журнала математики и физики», в 1879 г.основал специальный журнал по истории математики.

Иероним Цейтен – выпускник и профессор Копенгагенского университета. Занимался дифференциальной геометрией, математическим анализом. Ряд работ, актуальных и сегодня, посвящены вопросам истории математики вообще и аналитической геометрии в частности.

## Андрей Николаевич Колмогоров (1903—1987)

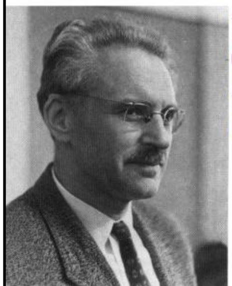


Выдающийся русский советский математик, основоположник современной теории вероятностей, также работал в области топологии, логики, теории турбулентности, теории сложности алгоритмов и лингвистики. Ученик Николая Лузина, с 1931 профессор Московского Государственного Университета. С 1939 — академик Академии Наук СССР.

### ПЕРИОДИЗАЦИЯ ПО КОЛМОГОРОВУ

- период зарождения математики, на протяжении которого был накоплен достаточно большой фактический материал;
- период элементарной математики (VI-V вв. до н.э. - конец XVI в.);
- период математики переменных величин (XVII-XVIII вв);
- период современной математики - математики XIX-XX вв.

1) период зарождения математики, на протяжении которого был накоплен достаточно большой фактический материал (существенным является становление древнейшей математической науки - арифметики, формирование начатков геометрии, алгебры, тригонометрии, астрономии. Следует обращать внимание (как это делается, например, при чтении курса по истории математики в МГУ) на источники информации (клинописные тексты Древнего Вавилона, древнеегипетские папирусы и т.д.) и на историю их расшифровки, а также на фактически параллельное развитие знаний в разных странах и регионах мира)
2) период элементарной математики, начинающийся в VI-V вв. до н.э. и завершающийся в конце XVI в. (У А.Н.Колмогорова можно найти сравнение направлений развития математики в Древней Греции и на Востоке. Как отмечал С.С.Демидов, А.Н.Колмогоров связывал причины возникновения математики как науки с историческими особенностями древнегреческих государств (в частности, с более развитой общественно-политической жизнью, приведшей к высокому развитию диалектики и искусства спора). Такая позиция принципиальным образом отличается от установок более естественных для других математиков (см., например, подходы Н. Бурбаки или А.Д. Александрова), связывающих причины возникновения математики в Древней Греции преимущественно с «внутренней эволюцией математической науки». Отдельно рассматривается эллинистическая эпоха (примерно 7 столетий, начиная с III века до н.э.), когда основным центром научных и особенно математических исследований является Александрия. «Здесь, в обстановке объединения различных мировых культур, больших государственных и строительных задач и невиданного ранее по своей широте государственного покровительства науке, греческая математика достигла своего высшего расцвета». Многие исследования, начатые древнегреческими математиками или учеными эпохи эллинизма, успешно развивались в последующем; к их тематике возвращались не раз и не два, при этом на многие задачи окончательные ответы были получены в XVII-XIX вв.)
3) период математики переменных величин (XVII-XVIII вв). Введение переменных величин в аналитической геометрии (Декарт, Ферма), создание дифференциального и интегрального исчисления и приложения.
4) период современной математики - математики XIX-XX вв., в ходе которого ученым пришлось «отнестись к процессу расширения предмета математических исследований сознательно, поставив перед собой задачу систематического изучения с достаточно общей точки зрения возможных типов количественных отношений и пространственных форм»



**Александр Данилович Александров (1912-1999)**

**Изабелла Григорьевна Башмакова (1921-2005)**

## У А.Д.АЛЕКСАНДРОВА:

- Эпоха переменных величин – включает XIX в.
- Период современной математики разделяется на два

## У И.Г.БАШМАКОВОЙ:

- Донаучная математика ((математика первобытных народов, древних египтян и вавилонян).
- Античная греческая математика (математика становится наукой)
- Период элементарной математики (древние и средневековые Индия, Китай, арабская математика, Европа до эпохи Возрождения)
- период создания буквенных исчислений и математического анализа
- период современной математики

Существуют и другие подходы. В частности, в статье «Математика», написанной А.Д.Александровым для Философской Энциклопеди предлагается период элементарной математики разбить на два – греческий, характеризующийся глубоким развитием и господством геометрии, и этап развития алгебры и формирования общего понятия числа. Эпоху переменных величин А.Д.Александров продлевает до середины XIX века, а период современной математики также предлагает разделить на два (на первом математика «превращается из науки о количественных и пространственных отношениях и формах, какой она была прежде, в науку о логически возможных чистых формах, только сходных, вообще говоря, с количественными и пространственными, на втором, начиная с середины XX века, «приобретают особую роль разделы, посвященные исследованию самих способов и возможностей математического вывода»)
Интересная периодизация – у Башмаковой.
Другие ученые также предлагали дополнения или уточнения к периодизации А.Н.Колмогорова. Так, А.П.Юшкевич высказывал мнение о целесообразности выделения в самостоятельный период средневековой математики и предлагал последние два столетия назвать эпохой нестандартной математики, а Б.А. Розенфельд считал необходимым выделять в отдельный период появление машинной математики. Однако большинство курсов истории математики по-прежнему строится в соответствии с периодизацией А.Н. Колмогорова, и данный текст не будет исключением.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Александров А.Д Проблемы науки и позиция ученого. – Л.: Наука, 1988.
2. Александров А.Д. Математика // Философская энциклопедия. – М. : Советская энциклопедия, 1964. Т.3., С.329-335.
3. Бычков С.Н. Математика в историческом измерении // Вопросы истории естествознания и техники, 2003 г., № 3. Электронная версия http://vivovoco.astronet.ru/VV/JOURNAL/VIET/BEECHCOW.HTM
4. Демидов С.С. Андрей Николаевич Колмогоров - историк математики //Вопросы истории естествознания и техники,2003, № 3. Электронная версия http://vivovoco.astronet.ru/VV/JOURNAL/VIET/DEMIDOV.HTM
5. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. – М.: Наука, 1991.
6. Рыбников К.А. О предмете истории математики // Историко-матем. исследования, в. XI. - М.:ГИФМЛ, 1958. – С.209-224
7. Шереметевский В.П. Очерки по истории математики. – М.: ГУПИ, 1940
8. Яновская С.А. Вводная лекция к курсу «история математики» // Историко-матем. исследования, в. XI. - М.:ГИФМЛ, 1958. – С.193-208


Это список литературы к рассмотренным ранее вопросам (можно обратить внимание на оформление)

## ТРИ КРИЗИСА ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИКИ

- V век до н.э., осознание понятий непрерывности и несоизмеримости
- XVII-XVIII век, некритическое использование бесконечно малых величин
- Конец XIX – начало XX вв., вопрос о точности математики, безупречности ее основных понятий

## НАУЧНЫЕ РЕВОЛЮЦИИ В МАТЕМАТИКЕ

- Переход к теоретической математике Древней Греции
- Переход от постоянных к переменным величинам (XVII век)
- Неевклидовы геометрии и новое понимание принципов построения математики на основа аксиоматического метода

### ЛИТЕРАТУРА

1. Сухотин А.К. Философия математики (учебное пособие). – Томск.: Изд-во Том. ун-та, 2004. Электронная версия http://ou.tsu.ru/hischool/filmatem/
2. Хаханян В.Х. Об онтологии математики: в каком смысле можно дать обоснование математике . - Заметки из доклада на Московском семинаре по философии математики 19 октября 2007 г. http://www.intelros.ru/pdf/philosofiya_nauki/14/06.pdf
3. Кун Т. Структура научных революций. – М.: Прогресс, 1975.

Понятию «основания математики» посвящен специальный раздел статьи А.Д.Александрова Ученый отмечает, что сюда включаются анализ основных понятий, основных посылок теорий и способов доказательств, вопросы истинности математических утверждений и существование математических объектов. Принято считать, что математика пережила три кризиса, связанных с проблемой обоснования .

Количественные, постепенные изменения (по Куну, период "нормальной" науки) в математике, так же как и в других науках, в конце концов сопровождаются изменениями коренными, качественными - научной революцией.

Одним из первых философов, поднявших вопрос о научных революциях, был И.Кант. Он писал: "... пример математики и естествознания, которые благодаря быстро совершившейся в них революции стали тем, что они есть в наше время, достаточно замечателен, чтобы поразмыслить над сущностью той перемены в способе мышления, которая оказалась для них столь благоприятной". Кант не сомневался в том, что в математике, как и в естествознании, произошли революции. В чем суть революции в математике? Наиболее значительные революции в истории математики обычно связаны с обобщением ее понятий, теорий и методов, с расширением области их применения и возрастанием абстрактности, глубины, благодаря чему математика точнее и полнее отражает действительность. Но это в свою очередь требует коренного, качественного изменения концептуальной структуры математики.

# Библиографические рекомендации


**АБСОЛЮТ**

Общее проективное мероопределение, или метрика **Кэли**, развито им в его знаменитом A sixth Memoire on Quantics («Шестой мемуар о формах», 1859), основная идея которого — прием мероопределения **Гаусса** и **Римана**. **Кэли** назвал *абсолютом* произвольное коническое сечение, на основе которого может быть построена метрика. Его работы этого направления позволяют считать **Кэли** создателем современной алгебраической геометрии. Этот «ученый исключительного значения» (Ф. Клейн) начинает заниматься адвокатурой в Лондоне в 1843 г. и остается верным этой деятельности в течение двадцати лет. «Навсегда останется непонятным, как он сумел совместить эту требующую глубокого внимания профессию с ни с чем не сравнимой продуктивностью... именно за тот период и появились все основные работы **Кэли**». [44, с. 185–187]; [50, с. 223].

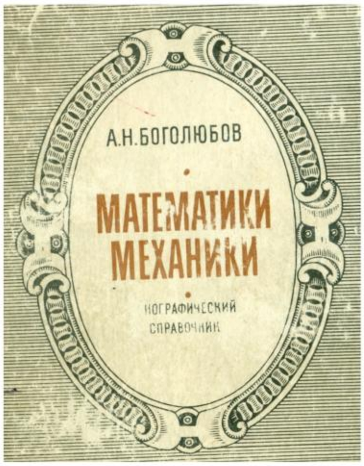
**АБСОЛЮТНЫЙ**

Термин происходит от латинского *absolvere* (освобождать, развязывать); *absolutus* (безусловный). Функция $y = |x|$ встречается впервые у **Лейбница** в форме $mol\ a, moles\ a$ (сокращение слова *modul*). Знак $|z|$, $|f(z)|$ и название *absolute Betrag* для абсолютного значения придумал **Вейерштрасс** в 1841 г., а с 1856 г. он употреблял эти термины и обозначения в лекциях, которые читал в Берлинском университете; в печати эти работы (вместе с обозначениями) появились в его "Werke" (Bd. I, 1894). Распространялось обозначение медленно; так, спустя четверть века **Риман** еще не употребляет знак модуля и говорит описательно: «независимо от знака...» В 1880 г. **Липшиц** использует обозначение $[w]$. В курсе **Дини** (1892) обозначение | | употребляется с объяснением, как непривычное. Еще более разительный пример: **К. Нейман** в работе 1914 г. использует обозначение $abs.(s_n - f), abs.K$.

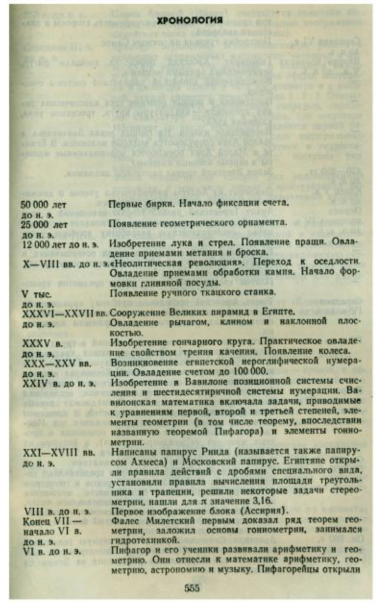
Обозначение $|z|$ перенесено **А. Лоренцом** в 1903 г. на векторы (с напоминанием, что комплексные числа — векторы плоскости). {221, с. 84]; [185, I, с. 123].

Александрова Н.В. История математических терминов, понятий, обозначений: словарь-справочник. - М.: URSS, 2012

## Библиографические рекомендации




Боголюбов А.Н. Математики. Механики. Биографический справочник. – Киев: Наукова думка, 1983.



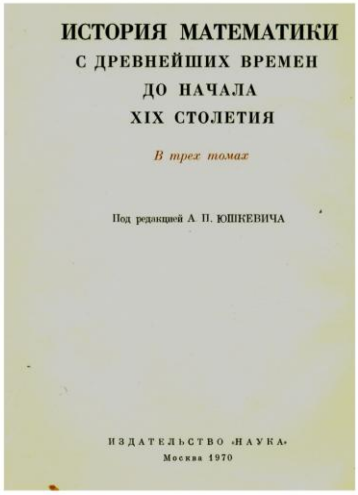
ХРОНОЛОГИЯ

| | |
|---|---|
| 50 000 лет до н. э. | Первые бирки. Начало фиксации счета. |
| 25 000 лет до н. э. | Появление геометрического орнамента. |
| 12 000 лет до н. э. | Изобретение лука и стрел. Появление пращи. Овладение приемами метания и броска. |
| X—VIII вв. до н. э. | «Неолитическая революция». Переход к оседлости. Овладение приемами обработки камня. Начало формовки глиняной посуды. |
| V тыс. до н. э. | Появление ручного ткацкого станка. |
| XXXVI—XXVII вв. до н. э. | Сооружение Великих пирамид в Египте. Овладение рычагом, клином и наклонной плоскостью. |
| XXXV в. до н. э. | Изобретение гончарного круга. Практическое овладение свойством трения качения. Появление колеса. |
| XXX—XXV вв. до н. э. | Возникновение египетской иероглифической нумерации. Овладение счетом до 100 000. |
| XXIV в. до н. э. | Изобретение в Вавилоне позиционной системы счисления и шестидесятиричной системы нумерации. Вавилонская математика включала задачи, приводимые к уравнениям первой, второй и третьей степеней, элементы геометрии (в том числе теорему, впоследствии названную теоремой Пифагора) и элементы гониометрии. |
| XXI—XVIII вв. до н. э. | Написаны папирус Ринда (называется также папирусом Ахмеса) и Московский папирус. Египтяне открыли правила действий с дробями специального вида, установили правила вычисления площади треугольника и трапеции, решили некоторые задачи стереометрии, нашли для $\pi$ значение 3,16. |
| VIII в. до н. э. | Первое изображение блока (Ассирия). |
| Конец VII — начало VI в. до н. э. | Фалес Милетский первым доказал ряд теорем геометрии, заложил основы гониометрии, занимался гидротехникой. |
| VI в. до н. э. | Пифагор и его ученики развивали арифметику и геометрию. Они отнесли к математике арифметику, геометрию, астрономию и музыку. Пифагорейцы открыли |

555

Один из самых удачных биографических справочников, завершающийся подробной хронологией событий в области математики.

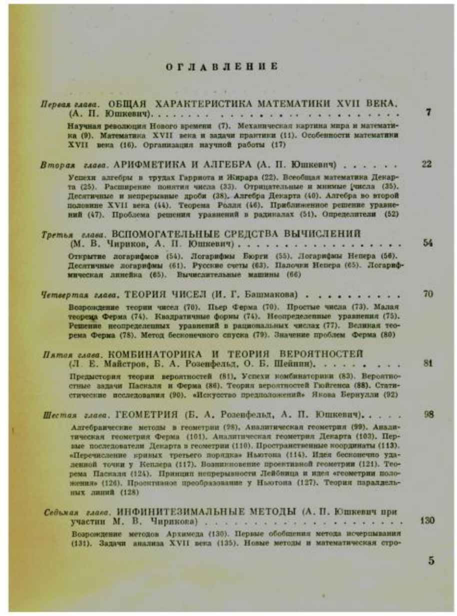
## Библиографические рекомендации


ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ
С ДРЕВНЕЙШИХ ВРЕМЕН
ДО НАЧАЛА
XIX СТОЛЕТИЯ

*В трех томах*

Под редакцией А. П. ЮШКЕВИЧА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1970


ОГЛАВЛЕНИЕ



5

История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. В 3-х томах. /Под ред. Юшкевича А.П. – М.: Наука, 1970-1972.

Трехтомник, который продолжается несколькими книгами, посвященными событиям XIX века –
Математика XIX века. Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1978.

Математика XIX века. Геометрия. Теория аналитических функций. – М.: Наука, 1981.

Математика XIX века. Чебышёвское направление в теории функций. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Вариационное исчисление. Теория конечных разностей. – М.: Наука. 1987.

Юшкевич – редактор, а не автор! Автор у каждой главы – свой.

## Библиографические рекомендации


**11. Литература к VI главе**

*Глаголев Н. И.* Ньютон как геометр.— В сб.: Московский университет — памяти Исаака Ньютона. М., 1946, стр. 71—80.

*Мордухай-Болтовский Д. Д.* Из прошлого аналитической геометрии.— Труды ИИЕ, 1952, т. IV, 216—235.

*Яновская С. А.* Геометрия Декарта. «Фронт науки и техники», 1937, стр. 6, 25—35.

*Яновская С. А.* О роли математической строгости в творческом развитии математики и специально о «Геометрии» Декарта.— ИМИ, 1966, т. XVII, 151—183. Смотри также статью А. П. Юшкевича в обоих русских изданиях «Геометрии» Декарта (стр. 288).

*Coolidge J.* The origin of analytic geometry. Osiris, v. I, 1936.

*Fraiese A.* Alle origini della geometria proiettiva.— Boll. Unione mat. ital., 1940, t. 18.

*Turrière E.* La notion de transcendance géométrique chez Descartes et Leibniz. L'interscendance leibnizienne et l'hypertranscendance.— Isis, 1914, v. 2, 106—124.

*Wieleitner H.* Marino Ghetaldi und die Anfänge der Koordinatengeometrie.— BM(3), 1912/13, Bd. 13, S. 242—247.

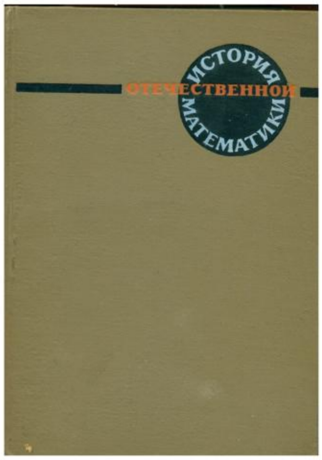
*Wieleitner H.* Zur Erfindung der analytischen Geometrie.— Z. math.-naturwiss. Unterricht, 1916, Bd. 47, 414—426.

*Wieleitner H.* Über die «Plani-coniques» von de La Hire.— Arch. Gesch. Naturwiss. und Techn., 1913, Bd 5, 49—55.

*Wieleitner H.* Über die ursprüngliche Form des Pascalschen Lehrsatzes.— Mitt. Gesch. Med. und Naturwiss., 1915, Bd 14, 157—162.


Литература в этих томах собрана по главам.

## Библиографические рекомендации



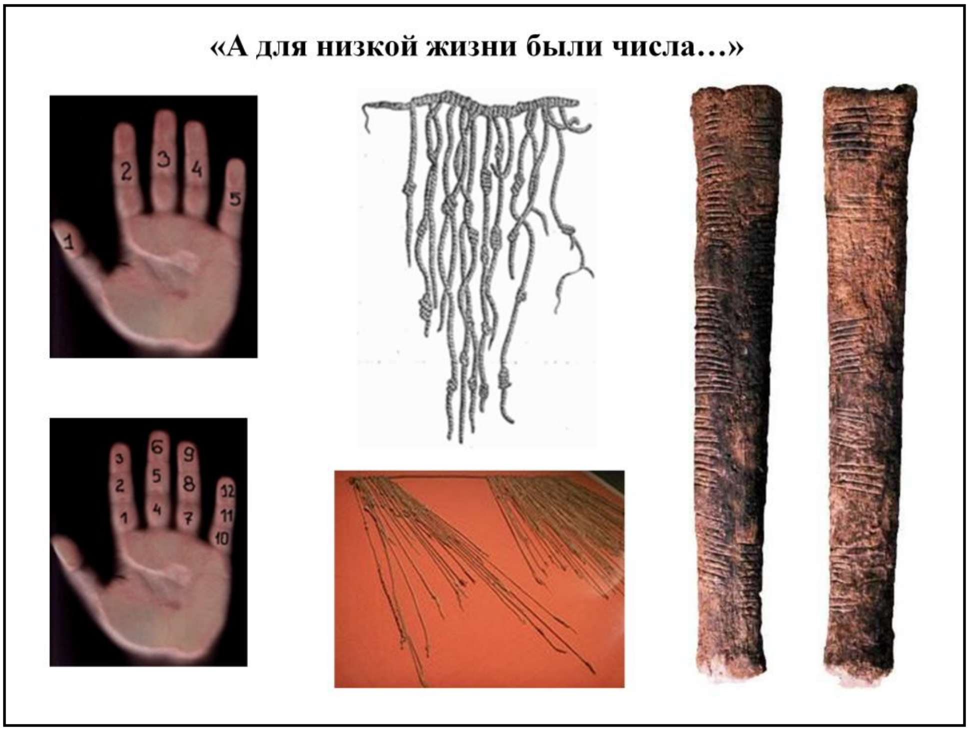

История отечественной математики. В 4-х томах. Под редакцией И.З.Штокало – Киев: Наукова думка, 1966-1970.


Принцип организации «Истории отечественной математики» аналогичен. Книга Клайна – своего рода «математический детектив». Автор пытается разъяснить сущность математики читателю, интересующемуся общенаучными проблемами, но не имеющему специального математического образования, и стремится ознакомить его с теми принципиальными проблемами, которые возникли в математике в конце XIX и в XX вв. В этом отношении книгу М. Клайна с полным основанием можно считать уникальной: столь широкий круг вопросов ранее в научно-популярной литературе по математике никогда не рассматривался. Изложение автора имеет «генетический» характер: он уделяет много внимания истории математики, особенно тщательно анализируя кризисные моменты, связанные с необходимостью ломки самой «математической идеологии». При этом автор достаточно подробно говорит о связи «чистой» и прикладной математики, о «непостижимой эффективности математики в естественных науках» (если использовать здесь название известной и цитируемой автором статьи Юджина Вигнера). Но самое значительное место в книге М. Клайна отводится вопросам, связанным с современным положением математики, и трудностям, обнаруженным в ее обосновании уже в нашем столетии, нередко в самые последние десятилетия.


У Даан-Дальмедико материал сгруппирован по областям математики, у Стройка и Болгарского – по эпохам.  Книга Бурбаки – часть многотомного сочинения "Элементы математики", выпускаемого группой крупных французских математиков, объединившихся под общим псевдонимом Никола Бурбаки. В ней излагаются историко-математические сведения, необходимые, по мнению авторов, для понимания развития и содержания ряда основных идей и понятий математики. Трактовка предмета весьма своеобразна — в книге очень мало ссылок на классиков и почти не называются авторы наиболее значительных современных достижений. Тем не менее очерки весьма богаты конкретным материалом, позволяющим судить о развитии математических идей в XIX и XX в

**«Историко-математические исследования» (ИМИ)** - содержание выпусков до 2011 год по ссылке https://ru.wikisource.org/wiki/%D0%98%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%BE-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F  Это специализированный российский (ранее советский) научный ежегодник, посвящённый истории математики. Выходит с 1948 года 36-й выпуск (1995 год) открыл вторую серию издания. К 2014 году вышли 50 выпусков. Ежегодник стал первым в мире периодическим изданием по истории математики.

Другие периодические издания: Математическое образование: прошлое и настоящее http://mathedu.ru/; Вестник опытной физики и экспериментальной математики (1886-1917) http://www.vofem.ru/; Электронный архив журнала «Квант» http://kvant.mccme.ru/




Появление понятия числа связано с т.к. множествами-эталонами (одна луна, 5 пальцев, 2 руки). Это и давало название (а впоследствии и обозначения) многим числительным. Активно использовались руки. Информацию хранили в виде зарубок или узелков (на слайде – «кипу» инков). Самый древний **математический** труд был найден в **Свазиленде** – кость бабуина с выбитыми чёрточками (кость из **Лембобо**), которые предположительно были результатом какого-то вычисления. Возраст кости – 37 тысяч лет (на слайде). Во **Франции** был найден ещё более сложный **математический** труд – волчья кость, на которой выбиты чёрточки, сгруппированные по пять штук. Возраст кости – около 30 тысяч лет.Ну и наконец знаменитая кость из **Ишанго** (**Конго**) на которой выбиты группы простых чисел. Считается, что кость возникла 18-20 тысяч лет назад. Как говорит Мартин Гарднер, «антропологам еще предстоит найти первобытное общество, члены которого не умели считать». Основным приемом был счет на пальцах, и его технология, кстати, совершенствовалась даже когда математика стала наукой. Многие системы счисления так или иначе с ним связаны (5ричная, 10ричная, 20ричная).

## Принципы нумерации

**Аддитивный**
**II, VI, XX**

**Субстрактивный**
**IV, IX, XL**

**Мультипликативный**
**двадцать, двести**

## Системы счисления

**Непозиционная** **MDCCLXXXII (римская, 1782)**

**Греческая (ионийская)** $\overline{\sigma\xi}\varepsilon = 265,\ \overline{\varphi\gamma} = 503$

$\alpha = 1,\ \beta = 2,\ \gamma = 3,\ \delta = 4,\ \varepsilon = 5,\ \varsigma = 6,\ \zeta = 7,\ \eta = 8,\ \vartheta = 9$

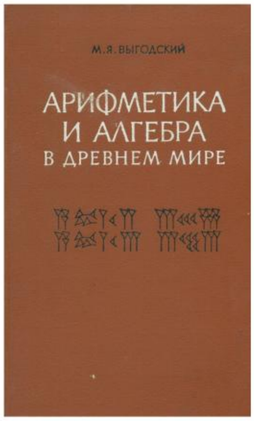
$\iota = 10,\ \varkappa = 20,\ \lambda = 30,\ \mu = 40,\ \nu = 50,\ \xi = 60,\ o = 70,\ \pi = 80,\ \upsilon = 90$

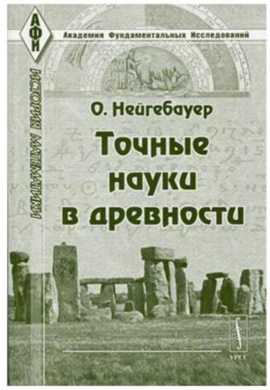
$\varrho = 100,\ \sigma = 200,\ \lambda = 300,\ \upsilon = 400,\ \varphi = 500,\ \chi = 600,\ \psi = 700,\ \omega = 800,$ ϡ $= 900$

**Позиционная** **3333= 3×1000 + 3×100 + 3×10 + 3**

Аддитивный принцип нумерации- вводится несколько основных знаков, например для 1, 10, 100, а остальные числа вида n, 10n, 100n изображаются соответственным знаком, повторенным п раз. Аддитивная нумерация непосредственно отражает инструментальный счет с палочками, ракушками или другими предметами. Субстрактивный принцип состоит в том, что сочетание цифр mn, где m < n, означает разность n — m, а мультипликативный принцип — в том, что сочетание цифр mn означает произведение чисел m, n. Позиционные системы счисления - значение каждой цифры, зависит от ее положения (места, позиции) в записи числа. Один из примеров – двадцатеричная система майя. Древнекитайская, древневавилонская. Непозиционные - для представления числа используется сложение всех цифр, по-английски сложение – add.

## Две цивилизации



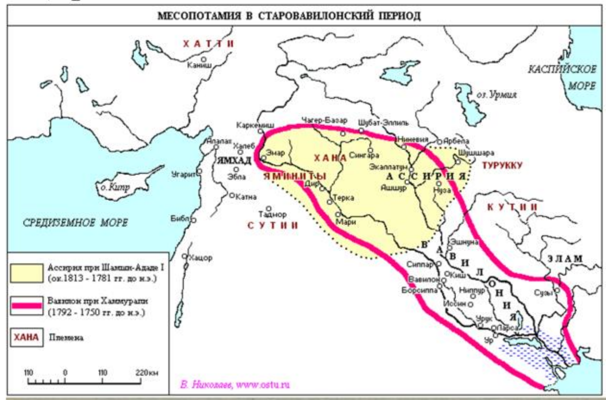


❖Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. - М.: ГФМЛ, 1959 (и позже)
❖Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. – М.: Наука, 1967.
❖Нейгебауэр О. Точные науки в древности. – М.: Наука, 1968 (и позже)
❖Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. – Саранск: Мордовское кн. изд-во, 1967.
❖Раик А.Е. Две лекции о египетской и вавилонской математике // Историко-матем. исследования, в.XII. – М .: ГИФМЛ, 1959. – С. 271-320.

2040 г. до н.э

500 г. до н.э.

## Древний Вавилон




**ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ОБЗОР**

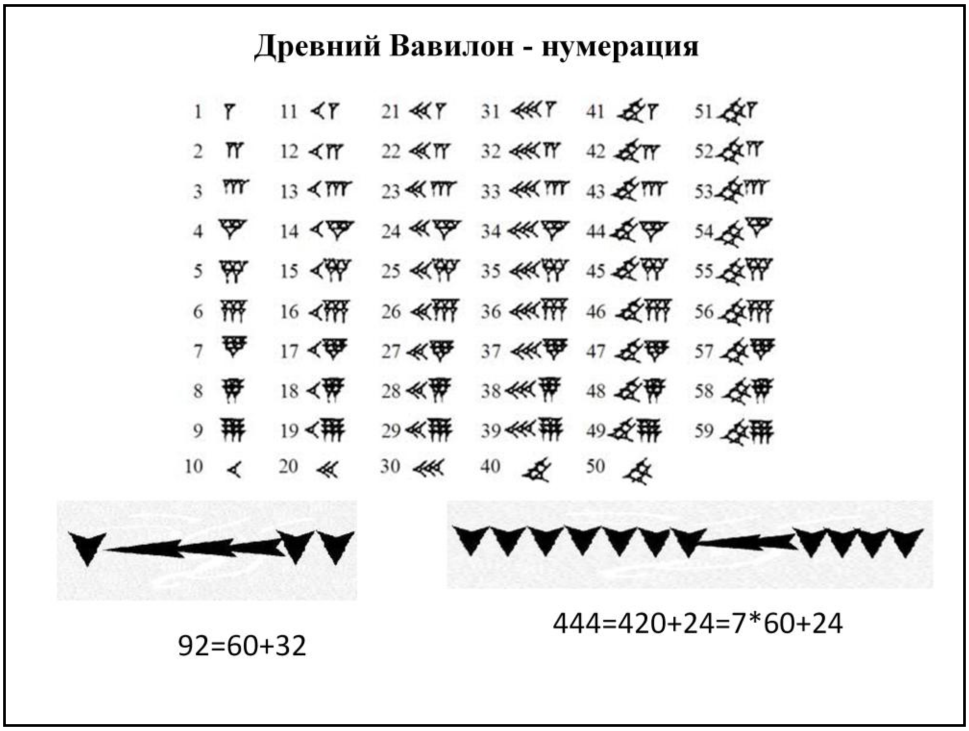
| *Общая история* | *История культуры* | *История науки* |
|---|---|---|
| 3000 до н. э. Сумерийские города-государства | Клинопись. Высокий уровень культуры | Шестидесятеричная система |
| 2800—1800 до н.э. Семитизирование | | Таблицы для деления и умножения |
| Первая династия Вавилона 1700. Гаммурапи | Расцвет культуры. Законодательство, правосудие | Изумительный расцвет алгебры и геометрии. Наблюдения Венеры |
| 1500—1250 до н. э. Вавилон под властью касситов | Астрологический список примет «Enuma Anu Enlil»*) | Первоначальные астрономические вычисления. Наблюдения гелиакического восхода неподвижных звезд**) |

Вообще говоря, речь идет о культуре древнего двуречья, вавилонской по имени одного из крупнейших городов этой области. Однако начиналось все на берегу Персидского залива, где жили шумеры (сумеры). Именно их клинопись была приспособлена к своим языкам вавилонянами, ассирийцами, персами, именно оттуда идет шестидесятеричная система счисления, там развита архитектура (зиккураты, зрамы неба, многоступенчатые сооружения на искусственных холмах)

История самостоятельного государства закончится после походов Кира и Александра Македонского, когда двуречье становится одной из областей эллинистического государства Селевкидов.

В музеях мира зарегистрировано более 500 000 глиняных табличек самых разных эпох.  Из них 150 с текстами задач, 200 числовых таблиц. Расшифровка – 30е годы XX столетия, работы О.Нейгебауэра и многих других. Важно понимать, что все тексты содержат только задачи с рещениями, фактически просто рецептами. Но ведь как-то эти рецепты должны были быть получены, как-то они должны были объясняться? Подробности – у ван дер Вардена


Уже самые древние тексты (относящиеся к 2100 г. до н.э.), свидетельствуют о высоком вычислительном искусстве, в них содержатся таблицы умножения, в которых совмещены завоевавшая признание в ту эпоху шестидесятеричная система счисления и более ранняя десятичная система, причем запись числа после 60 позиционная; 1 и 60 – прямой клин, 10 и 600 – лежачий клин; числа от 1 до 59 – знаки записывались столько раз, сколько было десятков и единиц. Нуля не было, запись чисел неоднозначная, впоследствии появилось обозначение для пропущенного разряда (в V веке до нашей эры). Были специальные знаки для 1/2, 1/3, 2/3




Сложение и вычитание производили так же, как это делается в десятичной позиционной системе целых и дробей. Впрочем, имелось одно несущественное отличие, связанное с употреблением всего двух знаков — единицы и десяти. При сложении, например, помимо перехода от какого-либо шестидесятиричного разряда к ближайшему следующему (когда сумма единиц превосходит 59), бывало нужно и в пределах данного разряда переходить от одной десятки к следующей за ней (когда сумма единиц превосходит 9). При умножении затруднение, связанное с большим основанием системы нумерации, преодолевалось с помощью специальных таблиц. Дело в том, что вавилоняне не пользовались одной таблицей умножения до 59x59, запомнить которую нелегко, так как она содержит 1770 элементов (в нашей десятичпои таблице их всего 45). Для умножения, как и для деления, существовал обширный набор таблиц. Какие были таблицы? Произведения, обратные значения – к умножению на них сводилось деление, степени, таблицы квадратных и кубических корней. Прикладное значение, поэтому были таблицы величин, обратных к константам, использующимся в хозяйственных расчетах, таблицы чисел вида .

## Древний Вавилон - арифметика

- Произведения,
- Обратные значения,
- Таблицы квадратных и кубических корней
- Таблицы величин, обратных к константам, использующимся в хозяйственных расчетах,
- Таблицы чисел вида $n^2 + n^3$
- таблицы эфемерид Солнца, Луны и планет

$$\sqrt{a^2 + r} \approx a + \frac{r}{2a}$$

$$\sqrt{20^2 + 71} \approx 20 + \frac{71}{40} \approx 21{,}775$$

**Основные достижения**

- правило приближенного вычисления квадратного корня
- задачи на пропорции, среднее арифметическое
- арифметическая и геометрическая прогрессии
- задачи на проценты и сложные проценты

$$\sqrt{21^2 + 30} \approx 21 + \frac{30}{42} \approx 21{,}71$$

**Проведение вычислений** (вавилоняне выполняли операции умножения и деления поразрядно). В «прикладных» задачах вавилоняне успешно использовали известное и другим народам правило приближенного вычисления квадратного корня .  Решались задачи на пропорциональную зависимость, среднее арифметическое, Есть задачи, где применялось правило суммирования первых членов арифметической прогрессии ( ), есть – с суммированием первых членов геометрической прогрессии (интерес к прогрессиям с вязан с применением их в астрономии). Есть задачи на проценты и сложные проценты, что связано с развитием торговли и ссудами. Встречались задачи, которые впоследствии стали относиться к теории чисел (например, задача деления прямоугольных треугольников и трапеций на равновеликие полосы с помощью прямых, параллельных основанию).

## Древний Вавилон (основные достижения)

### Зачатки линейной алгебры

A. Уравнения с одним неизвестным *)

$$ax = b, \qquad (A1)$$
$$x^2 = a, \qquad (A2)$$
$$x^2 + ax = b, \qquad (A3)$$
$$x^2 - ax = b, \qquad (A4)$$
$$x^3 = a, \qquad (A5)$$
$$x^2(x+1) = a. \qquad (A6)$$

B. Системы уравнений с двумя неизвестными

$$x + y = a, \quad xy = b, \qquad (B1)$$
$$x - y = a, \quad xy = b, \qquad (B2)$$
$$x + y = a, \quad x^2 + y^2 = b, \qquad (B3)$$
$$x - y = a, \quad x^2 + y^2 = b. \qquad (B4)$$

Кроме того, были известны формулы

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \qquad (C1)$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2, \qquad (C2)$$
$$1 + 2 + 4 + \ldots + 2^h = 2^h + (2^h - 1), \qquad (R1)$$
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}n\right)(1 + 2 + 3 + \ldots + n) \qquad (R2)$$

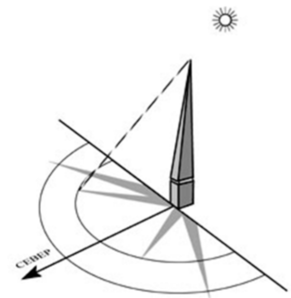
и суммирование арифметических прогрессий.

В клинописных текстах мы находим большое число задач, представляющих собой уравнения и системы уравнений первой и второй степени, записанных без символов, но в своей особой терминологии и решаемых с помощью арифметико-алгебраических преобразований. Д.Стройк отмечает, что «египтяне того же периода были в состоянии решать только простые линейные уравнения, а вавилоняне времен Хаммурапи полностью владели техникой решения квадратных уравнений» .

В случае двух неизвестных одно называлось длиной (x), другое — шириной (y), их произведение—«площадью», «полем» или «длиной—шириной»; говорилось также о «сторонах моих квадратов» (т. е. $x^2$ и $y^2$). При этом в примерах всегда «длина» больше «ширины» ($x > y$). В задачах, приводящихся к кубическому уравнению, встречалась третья неизвестная — «глубина» (z), а произведение трех неизвестных именовалось «объемом». Приведенная терминология свидетельствует о происхождении ряда алгебраических задач из геометрии, но сами задачи имели совершенно отвлеченный характер. Уравнения первой степени и их системы в клинописных текстах встречаются редко. Способы решения применялись различные: исключение неизвестных, введение вспомогательных неизвестных, правило ложного положения (в случае одного неизвестного) и др. Область, в которой вавилонянам принадлежит основной успех—это решение задач на квадратные уравнения и системы, сводящиеся к ним. Таких задач в клинописных текстах подавляющее большинство. Вавилоняне не знали ни отрицательных чисел, ни тем более комплексных

## Древний Вавилон (основные достижения)

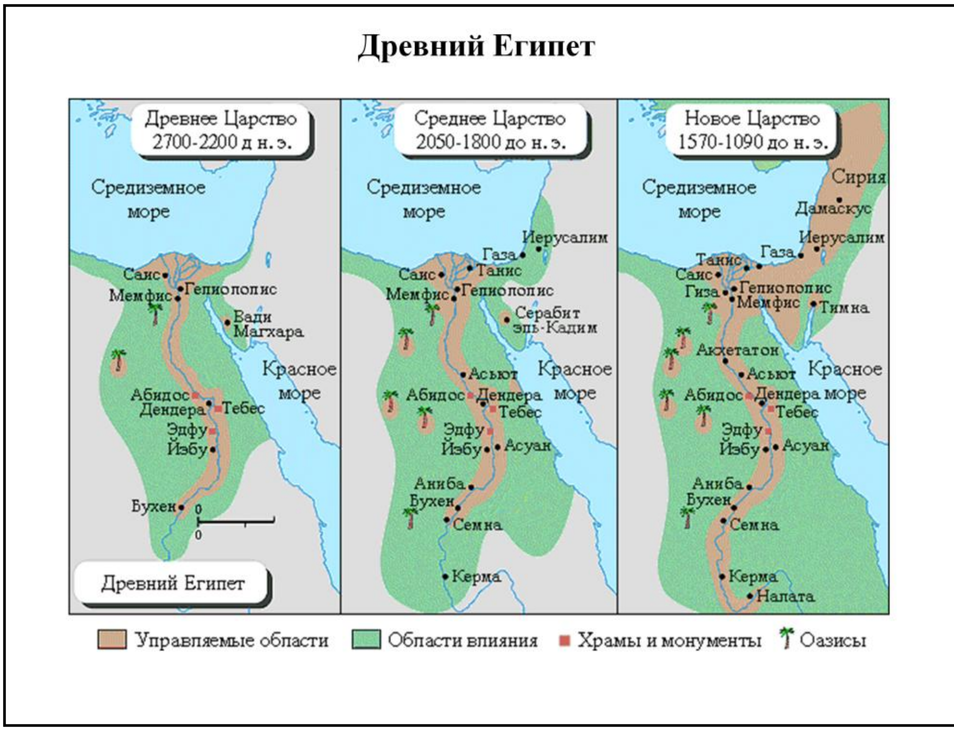
**Геометрия**



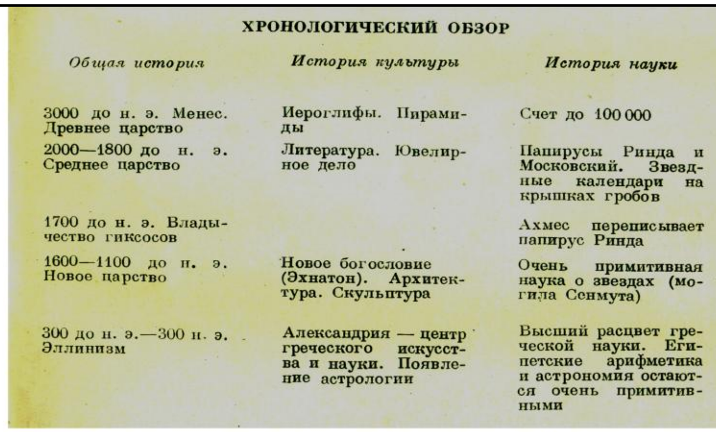
- пропорциональность
- теорема Пифагора
- площади треугольника и трапеции
- площадь круга и длина окружности с плохим приближением $\pi=3$
- объемы призмы, цилиндра (площадь основания на высоту), неверные формулы для объема усеченного конуса и пирамиды

**Аллен Дж. Д. Вавилонская математика**
http://elenakosilova.narod.ru/studia3/math/translatio/babylon.htm

Геометрические знания относились, большей частью к измерению простейших фигур, встречающихся при межевании земель, возведении стен и насыпей, строительстве плотин и каналов и т. п. Наряду с точными правилами вавилоняне употребляли и приближенные. К числу последних относятся, например, выражение площади четырехугольника общего вида произведением полусумм противолежащих сторон и вычисление объема усеченной пирамиды с квадратными основаниями через произведение полусуммы оснований на высоту, точно так же находили объем усеченного конуса.  Длину окружности вычисляли, утраивая диаметр. В астрономических целях применялся гномон. С его помощью был создан первый календарь.
В клинописных текстах в общем случае(!) впервые появляется теорема Пифагора, и даже в документах древневавилонской эпохи встречается таблица, содержащая «пифагоровы тройки». Ван дер Варден при этом обращает внимание на  то, что «вавилоняне мыслили прежде всего алгебраически… в задачах геометрического содержания вопрос всегда сводился к вычислению чего-нибудь и никогда – к построению или доказательству».




Египет. Древнее и Раннее царство – известно, что существовали развитая письменность, нумерация, метрология, был календарь (12 месяцев по 30 дней + 5 дней в конце). Пирамиды!!! Новое царство – вероятны контакты с Вавилоном, Финикией, однако достоверной информации нет.



**ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ОБЗОР**

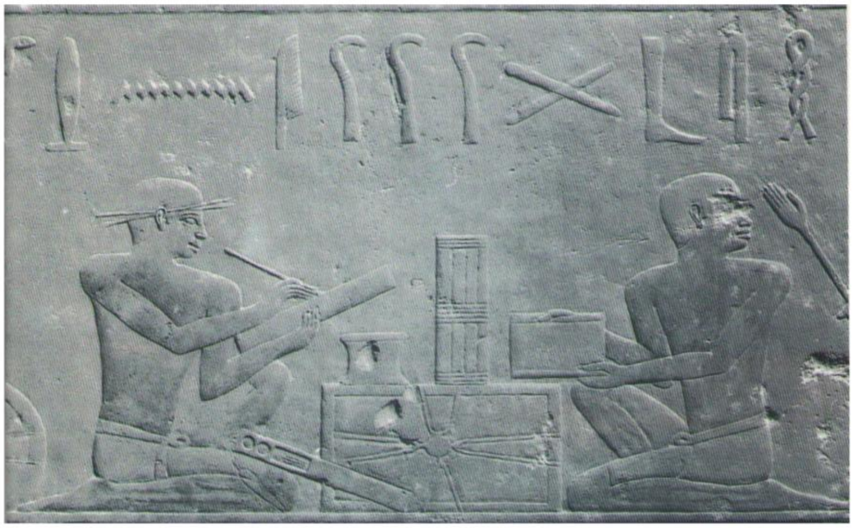
| *Общая история* | *История культуры* | *История науки* |
|---|---|---|
| 3000 до н. э. Менес. Древнее царство | Иероглифы. Пирамиды | Счет до 100 000 |
| 2000—1800 до н. э. Среднее царство | Литература. Ювелирное дело | Папирусы Ринда и Московский. Звездные календари на крышках гробов |
| 1700 до н. э. Владычество гиксосов | | Ахмес переписывает папирус Ринда |
| 1600—1100 до н. э. Новое царство | Новое богословие (Эхнатон). Архитектура. Скульптура | Очень примитивная наука о звездах (могила Сенмута) |
| 300 до н. э.—300 н. э. Эллинизм | Александрия — центр греческого искусства и науки. Появление астрологии | Высший расцвет греческой науки. Египетские арифметика и астрономия остаются очень примитивными |

Факсимиле 16-го и 17-го столбцов математического папируса Голенищева (Московский Музей Изящных Искусств)

XIX—XVIII век до Р. Х.

Источники: папирусы. Современная наука располагает сравнительно небольшим числом египетских математических документов - около пятидесяти папирусов. Самый большой – папирус Рэнда (ринда, Райнда), размер 5,25x0,33 м, содержащий 84 задачи. Второй по размеру (5,44x0,08) - «московский папирус», относящийся к эпохе 1850 г. до н.э. и содержащий 25 задач с решениями. Папирус был приобретен в 1893 г. русским востоковедом В.С. Голенищевым, а в 1912 г. перешел в собственность Московского музея изобразительных искусств. Папирус Рэнда исследовался, в частности. В.В,Бобыниным, московский был расшифрован русским академиком Б.А. Тураевым в 1917 г., а детально изучен в 1927 г. советским академиком В.В. Струве. (СЛАЙД) Как и в Вавилоне, эти и другие папирусы – свитки с задачами, рецепты без объяснений. Иногда употребляют термин «протонаука».

**Древний Египет**

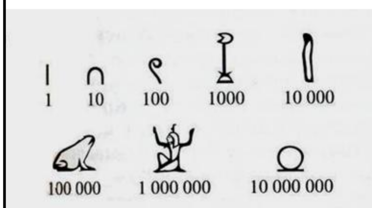


В древних цивилизациях слов «ученый», «математик» и т.д. не было, носителями научных знаний были писцы (СЛАЙД) – чиновники, состоящие на госслужбе. «Писец – он руководит всеми. И не обложена налогами работа в письме!» «Это больше, чем любая должность, и нет равного им в стране этой». Папирус Рэнда называют еще папирусом Ахмеса, он посвящен «совершенному и основательному исследованию всех вещей, пониманию их сущности, похнанию их тайн» (вторая половин XIX в. до н.э.) Московский папирус был переписан с оригинала примерно 1900 г. до н.э. Как отмечено в трехтмонике, основные сведения – относятся примерно к одной эпохе. Сохранившиеся папирусы по сути своей являются практическими руководствами, рассчитанными на заурядных учеников;

## Древний Египет (математические знания)

**ТАБЛИЦА ДРОБЕЙ ИЗ ПАПИРУСА РАЙНДА**

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{37}=\frac{1}{24}+\frac{1}{111}+\frac{1}{296}$ | $\frac{2}{71}=\frac{1}{40}+\frac{1}{508}+\frac{1}{710}$ |
| $\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$ | $\frac{2}{39}=\frac{1}{26}+\frac{1}{78}$ | $\frac{2}{73}=\frac{1}{60}+\frac{1}{219}+\frac{1}{292}+\frac{1}{365}$ |
| $\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$ | $\frac{2}{41}=\frac{1}{24}+\frac{1}{246}+\frac{1}{328}$ | $\frac{2}{75}=\frac{1}{50}+\frac{1}{150}$ |
| $\frac{2}{9}=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$ | $\frac{2}{43}=\frac{1}{42}+\frac{1}{86}+\frac{1}{129}+\frac{1}{301}$ | $\frac{2}{77}=\frac{1}{44}+\frac{1}{308}$ |
| $\frac{2}{11}=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$ | $\frac{2}{45}=\frac{1}{30}+\frac{1}{90}$ | $\frac{2}{79}=\frac{1}{60}+\frac{1}{237}+\frac{1}{316}+\frac{1}{790}$ |
| $\frac{2}{13}=\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$ | $\frac{2}{47}=\frac{1}{30}+\frac{1}{141}+\frac{1}{470}$ | $\frac{2}{81}=\frac{1}{54}+\frac{1}{162}$ |
| $\frac{2}{15}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$ | $\frac{2}{49}=\frac{1}{28}+\frac{1}{196}$ | $\frac{2}{83}=\frac{1}{60}+\frac{1}{332}+\frac{1}{415}+\frac{1}{498}$ |
| $\frac{2}{17}=\frac{1}{12}+\frac{1}{51}+\frac{1}{68}$ | $\frac{2}{51}=\frac{1}{34}+\frac{1}{102}$ | $\frac{2}{85}=\frac{1}{51}+\frac{1}{255}$ |
| $\frac{2}{19}=\frac{1}{12}+\frac{1}{76}+\frac{1}{114}$ | $\frac{2}{53}=\frac{1}{30}+\frac{1}{318}+\frac{1}{795}$ | $\frac{2}{87}=\frac{1}{58}+\frac{1}{174}$ |
| $\frac{2}{21}=\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$ | $\frac{2}{55}=\frac{1}{30}+\frac{1}{330}$ | $\frac{2}{89}=\frac{1}{60}+\frac{1}{356}+\frac{1}{534}+\frac{1}{890}$ |
| $\frac{2}{23}=\frac{1}{12}+\frac{1}{276}$ | $\frac{2}{57}=\frac{1}{38}+\frac{1}{114}$ | $\frac{2}{91}=\frac{1}{70}+\frac{1}{130}$ |
| $\frac{2}{25}=\frac{1}{15}+\frac{1}{75}$ | $\frac{2}{59}=\frac{1}{36}+\frac{1}{236}+\frac{1}{531}$ | $\frac{2}{93}=\frac{1}{62}+\frac{1}{186}$ |
| $\frac{2}{27}=\frac{1}{18}+\frac{1}{54}$ | $\frac{2}{61}=\frac{1}{40}+\frac{1}{214}+\frac{1}{448}+\frac{1}{610}$ | $\frac{2}{95}=\frac{1}{60}+\frac{1}{380}+\frac{1}{570}$ |
| $\frac{2}{29}=\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{174}+\frac{1}{232}$ | $\frac{2}{63}=\frac{1}{42}+\frac{1}{126}$ | $\frac{2}{97}=\frac{1}{56}+\frac{1}{679}+\frac{1}{776}$ |
| $\frac{2}{31}=\frac{1}{20}+\frac{1}{124}+\frac{1}{155}$ | $\frac{2}{65}=\frac{1}{39}+\frac{1}{195}$ | $\frac{2}{99}=\frac{1}{66}+\frac{1}{198}$ |
| $\frac{2}{33}=\frac{1}{22}+\frac{1}{66}$ | $\frac{2}{67}=\frac{1}{40}+\frac{1}{335}+\frac{1}{536}$ | |
| $\frac{1}{35}=\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$ | $\frac{2}{69}=\frac{1}{46}+\frac{1}{138}$ | |




Система счисления была десятеричной, числа поначалу записывались **иероглифами**, потом утвердилась **иератическая запись** (числовые знаки возникли в результате упрощения иероглифов), однако позиционной она не стала; для обозначения чисел 1,10, 100 и т.д. использовались разные символы, повторяющиеся нужное число раз. Наконец, самой упрощенной формой египетских иероглифов явилось **демотическое письмо** - гражданская скоропись, знаки которой лишь отдаленно напоминали обозначаемые ими предметы: 1 - Мерная палка,  10 – путы для стреноживания, 100 – мерительная веревка, 1000 – лотос, 10 000 – указательный палец…

А.Е.Раик отмечает, что понятием рационального числа, общим понятием дроби египтяне не владели, «каждую отдельную часть, т.е. дробь с числителем, равным единице, рассматривали как особую индивидуальность». Умножение и деление сводилось к последовательному удваиванию и сложению, для упрощения вычислений пользовались таблицами. На таблице на слайде (из папируса Ринда) видна особенность. У египтян не было привычных нам дробей, они оперировали аликвотными дробями 1/n, деление рассматривали как m*(1/n). Была еще дробь 2/3. Техника вычислений воспроизведена в трехтомнике, у Вардена и у Раик.

**Задачи на «аха»**

$$x + ax + bx + \ldots = p \qquad x = \frac{p}{1 + a + b + \ldots}$$

Задача № 26 папируса Ринда.

*«Количество и его четвертая часть дают вместе 15».*

Задача № 19 Московского папируса.

*«1 и 1/2 кучи сосчитано вместе с 4, получается 10. Что есть куча? Подсчитай число, на которое 10 превышает 4. Выступает 6. Сколько раз надо взять 1 и 1/2, чтобы получить 1? Это 2*(1/3). Возьмем 2*(1/3) от 6. Это есть 4. 4 ты берешь. Ты нашел верно.»*

**Прогрессии**

«Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между десятью человеками; разница между каждым человеком и его соседом составляет $\frac{1}{8}$ меры ячменя".

А решается она по следующему рецепту:

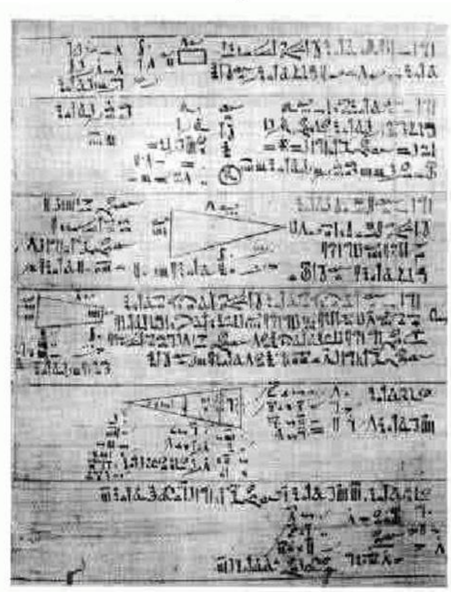
«Средняя доля есть 1 мера. Вычти 1 из 10. Остаток есть 9. Составь половину разницы; это есть $\frac{1}{16}$. Возьми ее 9 раз; это дает $\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$. Приложи это к средней доле; вычитай для каждого лица по $\frac{1}{8}$ меры, пока не достигнешь конца".

Часть разобранных задач связана с так называемым «исчислением кучи» («аха»), в них историки усматривают зачатки алгебры как науки о решении уравнений. Самый простейший пример – задача № 26 папируса Ринда. «Количество и его четвертая часть дают вместе 15». Фактически эта и подобные задачи сводятся к решению уравнения, которое воспроизведено на слайде. Вычисления проводились с помощью специальных таблиц. Имеются и задачи, связанные с арифметическими и геометрическими прогрессиями (деление наследства, урожай, приплод скота.). Пример из папируса Ринда на слайде. Обратить внимание, что общих формул не было, и как к результатам пришли – неизвестно

## Древний Египет (математические знания)

- площади треугольников, прямоугольников, трапеций
- приближенное вычисление площадей четырехугольников
- объемы кубов, параллелепипедов и цилиндров
- площадь круга $S=(8d/9)^2$
  $\pi \approx 4(8/9)^2=3,1605\ldots$
- правило нахождения объема усеченной пирамиды

**Геометрия**



Евдем Родосский (V в. до н.э.). *«Геометрия была открыта египтянами и возникла при измерении земли вследствие разливов Нила, постоянно смывающего границы участков. Нет ничего удивительного, что эта наука, как и другие, возникла из практических потребностей человека. Всякое возникающее знание из несовершенного состояния переходит в совершенное».*

Наряду с точными использовались и приближенные формулы. Выделяется особенно «прекрасное приближение числа $\pi$»: «для вычисления площади круга египтяне возвышали в квадрат 8/9 его диаметра».

Таким образом, мы видим, что ни в Вавилоне, ни в Египте нельзя говорить о математике как о научной теории, как о науке. Задачи группируются по области их приложения, а не по математическому их содержанию, не по общим методам их решения... Математические понятия, величины... еще не оторвались от порождающей их практики, не стали еще предметом абстрактного, самостоятельного исследования.