

**Демонстрационный вариант
заданий государственного экзамена
на степень бакалавра направления подготовки**

Математика

2015/2016 учебный год

Часть А

№№	Текст задания	Варианты ответов (около верного ответа проставьте знак «V»)
1	Вычислить $\int_0^{\pi/4} x \cdot e^x dx$	1. $e^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right) + 1$ 2. $e^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) - 1$ 3. $e^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right) - 1$ 4. $e^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) + 1$
2	Линейный оператор А задан в исходном базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. При каком значении параметра λ вектор $(1, 4, \lambda)$, заданный координатами в исходном базисе, принадлежит образу оператора А?	1. $\lambda = 2$ 2. $\lambda = -1$ 3. $\lambda = 1$ 4. $\lambda = 0$
3	Для уравнения $y'' - 10y' + 25y = 2e^{5x}$ указать решение с неопределенными коэффициентами.	1) $y = Ax e^{5x}$ 2) $y = (Ax + B)e^{5x}$ 3) $y = Ax^2 e^{5x}$ 4) $y = (Ax^2 + Bx + C)e^{5x}$
4	Какое из указанных множеств функций следует добавить к	1. $\{x \vee y; x \leftrightarrow y(\text{эквиваленция})\}$

	функции $x \rightarrow y$, чтобы получить полную систему функций?	<ol style="list-style-type: none"> 2. $\{x \vee y; 1\}$ 3. $\{xy; 1; \}$ 4. $\{x \vee y; x \oplus y\}$
5	Дано вероятностное пространство (Ω, A, P) , где Ω — непустое множество, A — σ -алгебра подмножеств множества Ω , P — вероятностная мера на Ω . Событием называется: варианты ответа (см. клетку с вариантами ответов)	<ol style="list-style-type: none"> 1. точка вероятностного пространства. 2. подмножество вероятностного пространства. 3. подмножество вероятностного пространства, принадлежащее σ-алгебре A. 4. подмножество S вероятностного пространства положительной меры $P(S) > 0$.
6	Естественная норма в l_1 задается равенством (здесь $x = (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in l_1$):	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\ x\ = \sup_{n \in \mathbb{N}} x_n$. 2. $\ x\ = \left(\sum_{n=1}^{\infty} x_j ^2 \right)^{1/2}$. 3. $\ x\ = \sum_{n=1}^{\infty} x_n$. 4. $\ x\ = x_1 + \sum_{n=2}^{\infty} x_n - x_{n-1}$.
7	Формула для вычисления кривизны регулярной кривой в общей регулярной параметризации имеет вид:	<ol style="list-style-type: none"> 1. $k(s) = \ddot{\vec{r}}$. 2. $k(t) = \frac{ \vec{r}' \times \vec{r}'' }{ \vec{r}' ^3}$. 3. $k(t) = \frac{ \vec{r}' \times \vec{r}'' }{ \vec{r}' ^{3/2}}$. 4. $k(s) = \ddot{\vec{r}} ^{3/2}$.
8	Топологическое пространство называется <i>компактным</i> , если:	<ol style="list-style-type: none"> 1. из любой последовательности в этом пространстве можно выделить сходящуюся подпоследовательность. 2. из любого открытого покрытия этого пространства можно выделить счётное подпокрытие. 3. оно обладает счётной базой. 4. из любого открытого покрытия

		этого пространства можно выделить конечное подпокрытие
9	<p>Установить взаимное расположение двух прямых:</p> $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2} \text{ И } \frac{x-3}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{4}$	<ol style="list-style-type: none"> 1. параллельны 2. совпадают 3. пересекаются 4. скрещиваются
10	<p>Определить тип данного уравнения</p> $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 5 \frac{\partial u}{\partial x} = 0$	<ol style="list-style-type: none"> 1) эллиптический 2) гиперболический 3) параболический 4) смешанный
11	<p>Какая из предложенных формул относится к итерационному методу Ньютона для уточнения корня нелинейного уравнения $x \cdot \sin x = 1$</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. $x_{k+1} = \frac{x_k^2 \cos x_k + 1}{\sin x_k - x_k \cos x_k}$ 2. $x_{k+1} = \frac{x_k \cos x_k + 1}{\sin x_k + x_k \cos x_k}$ 3. $x_{k+1} = \frac{x_k^2 \cos x_k + 1}{\sin x_k + x_k \cos x_k}$ 4. $x_{k+1} = \frac{x_k^2 \sin x_k + 1}{\cos x_k + x_k \sin x_k}$
12	<p>Множество всех значений аргумента отличного от нуля комплексного числа a</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. состоит только из одного значения, равного $\arg(a)$ 2. бесконечно, но любые два значения различаются на целое кратное 2π 3. состоит из конечного числа значений, которые высчитываются по формуле Муавра

Часть В

13. В круг радиуса R вписан равносторонний треугольник. Какова вероятность, что четыре наугад поставленные в этом круге точки окажутся внутри треугольника?

14. Найти сумму всех элементов матрицы, обратной к матрице $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

15. Найти предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{x^2}$$

16. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения

$$y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; \quad y(0) = 2$$

17. По данной таблице значений функции постройте интерполяционный многочлен и определите с его помощью приближенное значение функции в заданной точке (соответствующей клетке таблицы, заполненной «?»).

x	-2	-1	0	1	0.1
$f(x)$	2	-3	-4	5	?

18. Найти дифференциал функции $f(x, y) = 2^{\frac{-y}{x}}$ и вычислить его значение в точке (1;1).

19. Используя тройной интеграл, найти объем тела, ограниченного следующими поверхностями: $z=6-x^2-y^2$, $z=(x^2+y^2)^{1/2}$.

20. Найти вычет функции комплексного переменного $f(z)=\cos\{1/(z-2)\}$ в точке $z=2$.

Часть С.

21. Доказать, что существуют такие предикаты $P(x)$ и $Q(x)$, что $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \neq \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$.

22. Проверить, образуют ли векторы a_1, a_2, a_3 фундаментальную систему решений для однородной системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$$

$$a_1 = (3, 1, 0, 0, -5), a_2 = (1, 1, 1, 0, -4), a_3 = (-3, 0, -1, 1, 0)$$

23. Определить направление выпуклости и точки перегиба графика функции:

$$y = \frac{x-1}{1+(x-1)^2}$$

24. Докажите, что радиус сферы, проведенный из центра сферы в точку на её поверхности, перпендикулярен плоскости, касающейся сферы в этой точке.

25. Вычислить $\int_L \frac{(z+1)^2}{z^2 \cdot (z-2)} dz$, $L: |z| = \frac{3}{2}$