Тренировочная работа по информатике № 1 (декабрь 2015 года)

Ответы и решения

Е. В. Ширяева[1]

№ 1. Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатиричного числа $1AE4_{16}$?

Решение. Заменим каждую цифру 16-ричного числа двоичной тетрадой:

$$1AE4_{16} = 0001\,1010\,1110\,0100_2 = 1\,1010\,1110\,0100_2.$$

Первые три нуля незначащие. Ответ: **6**

№ 2. Решите уравнение $21_8 + x = 43_5$. Ответ запишите в 6-ричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение. Переведем числа 21_8 и 43_5 в десятичную систему счисления:

$$21_8 = 2 \cdot 8 + 1 = 17, \quad 43_5 = 4 \cdot 5 + 3 = 23.$$

Исходное уравнение запишется в виде $17 + x = 23 \ \rightarrow \ x = 6 = 10_6$. Ответ: **10**

№ 3. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $4^{1014} + 2^{2030} - 2^{530} - 16$?

Решение. Запишем все члены выражения в виде степеней двойки:

$$2^{2028} + 2^{2030} - 2^{530} - 2^4.$$

Перегруппируем слагаемые в порядке понижения показателей степени

$$\underbrace{2^{2030}}_{1 \text{ ед.}} + 2^{2028} - 2^{530} - 2^4.$$

Слагаемое 2^{2030} означает, что в двоичной записи значения выражения на 2030 позиции стоит одна единица.

Рассмотрим выражение $2^{2028} - 2^{530} - 2^4$. Для члена -2^{530} воспользуемся представлением:

$$-2^q = -2^{q+1} + 2^q$$

(его легко проверить на примере $-2^4 = -2^5 + 2^4$) и перепишем выражение $2^{2028} - 2^{530} - 2^4$ в виде:

$$2^{2028} - 2^{531} + 2^{530} - 2^4 = (\underbrace{2^{2028} - 2^{531}}_{1497 \text{ ед.}}) + (\underbrace{2^{530} - 2^4}_{526 \text{ ед.}}).$$

Здесь использован факт, что в двоичной записи значения выражения $2^p - 2^q$ содержится $(p - q)$ единиц.

Обще число единиц: $1 + 1497 + 526 = 2024$. Ответ: **2024**

№ 4. Определить количество четверок в пятиричной записи значения выражения: $125^5 + 25^9 - 5^7$.

Решение. Запишем все члены выражения в виде степеней пятерки и перегруппируем слагаемые в порядке понижения показателей степени:

$$5^{15} + 5^{18} - 5^7 = 5^{18} + \underbrace{5^{15} - 5^7}_{8 \text{ четверок.}}.$$

Ответ: **8**

[1] Мехмат ЮФУ. 0 курс. 2015–2016. http://mmcs.sfedu.ru/zerocourse

№ 5. Из букв Р, О, З, А, записанных в алфавитном порядке, составлены пятибуквенные слова. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААЗ
3. ААААО
4. ААААР
5. АААЗА

...

Укажите порядковый номер первого слова, в начале и в конце которого стоит буква О.

Решение. Упорядочим буквы Р, О, З, А по алфавиту и перенумеруем их:

$$\text{А — 0, З — 1, О — 2, Р — 3.}$$

Можно каждое слово представить в виде четверичного числа. Построим таблицу:

№ п.п.	Слово	N_4	$\widetilde{N}_{10}$
1.	ААААА	00000	0
2.	ААААЗ	00001	1
3.	ААААО	00002	2
4.	ААААР	00003	3
5.	АААЗА	00010	4
...	...	...	...
?.	ОАААО	20002	$2 \cdot 4^4 + 2 = 514$

Следует учесть сдвиг: № п.п. $= \widetilde{N}_{10} + 1 = 515$. Ответ: **515**

№ 6. Автомат получает на вход четырёхзначное число. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

1. Складываются первая и вторая, а также третья и четвёртая цифры исходного числа.
2. Полученные два числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 3165. Суммы: $3 + 1 = 4$; $6 + 5 = 11$. Результат: 114.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого автомат выдаст число 1514.

Решение. Дано четырёхзначное число $x_3x_2x_1x_0$ (индексы соответствуют номеру разряда цифры в числе), причем $x_3 = 1, \ldots, 9$, $x_0, x_1, x_2 = 0, \ldots, 9$. По первому правилу получаем два числа:

$$x_3 + x_2 \text{ (результат: число от 1 до 18)}; \quad x_1 + x_0 \text{ (результат: число от 0 до 18)}.$$

Числа 15 и 14 могут быть получены в результате сложения десятичных цифр:

$$15 = 9 + 6 = 8 + 7 = 7 + 8 = \underline{6 + 9}, \qquad 14 = 9 + 5 = 8 + 6 = 7 + 7 = 6 + 8 = \underline{5 + 9}.$$

Подчеркнутые пары образуют минимальные двухзначные числа 69 и 59. Из чисел 69 и 59 можно собрать минимальные четырехзначное число 5969.

Проверка. Подаем на вход автомату число 5969. Строим новое число по правилам 1 и 2:

$$1.\ 5 + 9 = 14, \quad 6 + 9 = 15; \qquad 2.\ 1514.$$

В результате получили число, приведенное в условии. Ответ: **5969**

№ 7. На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа N.

2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:

а) в конец числа (справа) дописывается 1, если количество единиц в двоичной записи числа чётно, и 0 — в противном случае. Например, запись 110 преобразуется в запись 1101;

б) к этой записи числа справа дописывается остаток от деления количества единиц на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R. Укажите минимальное число R, которое превышает 58 и может являться результатом работы алгоритма. В ответе это число запишите в десятичной системе.

Решение. Обозначим R_2 и N_2 двоичные представления чисел R и N.

По правилам 2а) и 2б) могут быть получены только числа вида:

$R_2 =$

N_2		
число единиц чётное	1	1

$R_2 =$

N_2		
число единиц нечётное	0	1

Число R_2 заканчивается либо на 11, либо на 01, т. е. разыскиваемое число нечётное.

Для выделения числа N_2 представим последовательно нечетные числа > 58 в двоичном виде:

$$59 = \underbrace{1110}_{N_2}11_2 \neq R \text{ (не отвечает правилам 2).}$$

$$61 = \underbrace{1111}_{N_2}01_2 \neq R \text{ (не отвечает правилам 2).}$$

$$63 = \underbrace{1111}_{N_2}11_2 = R.$$

Ответ: **63**

№ 8. У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. умножь на 2;   2. прибавь 3

Первая из них увеличивает число на экране в два раза, вторая прибавляет к числу на экране 3.

Например, 2121 — это программа: «прибавь 3, умножь на 2, прибавь 3, умножь на 2», которая преобразует число 1 *в число* 22.

Запишите порядок команд в программе преобразования **числа 8 в число 106**, содержащей не более 6 команд, указывая лишь номера команд. Если таких программ более одной, то запишите любую из них.

Решение будем разыскивать с конца, т. е. пиреобразуя число 106 в число 8. Используем операции 1. разделить на 2; 2. вычесть 3:

$$106 \overset{1}{:} 2 = 53 \overset{2}{-} 3 = 50 \overset{1}{:} 2 = 25 \overset{2}{-} 3 = 22 \overset{1}{:} 2 = 11 \overset{2}{-} 3 = 8.$$

Проверяем число команд: их должно быть не более шести. В ответе номера команд записываем в обратном порядке.

Ответ: **212121**

№ 9. У исполнителя ЕГЭ15 три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1,   2. Умножить на 5,   3. Умножить на 10.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 7 результатом является число 77 и при этом траектория вычислений не содержит числа 50?

Решение. K_N — количество программ для получения целого числа N вычисляется по одной из формул

$$K_N = 1, \quad N = 7, \ldots, 34;$$

$$K_N = K_{N-1}, \quad N > 34 \text{ и не кратно ни пяти, ни десяти;}$$

$$K_N = K_{N-1} + K_{N/5}, \quad 34 < N < 70,\ N \neq 50 \text{ и кратно пяти;}$$

$$K_N = 0, \quad N = 50;$$

$$K_N = K_{N-1} + K_{N/5} + K_{N/10}, \quad N = 70;$$

$$K_N = K_{N-1} + K_{N/5}, \quad N > 70 \text{ и кратно пяти.}$$

Используя приведенные формулы, вычисляем последовательно все K_N от $N = 7$ до $N = 77$. Результаты записываем в виде таблицы

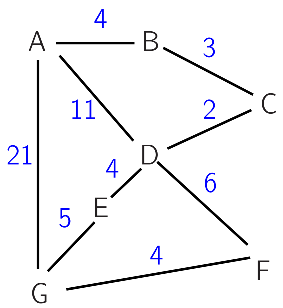
N	7–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74	75–77
K_N	1	2	3	4	0	1	2	3	5	6

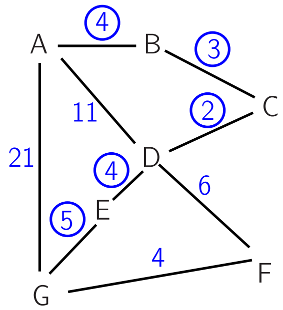
Ответ: **6**

№ 10. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F, G построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.
Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и G (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

	A	B	C	D	E	F	G
A	–	4		11			21
B	4	–	3				
C		3	–	2			
D	11		2	–	4	6	
E				4	–		5
F				6		–	4
G	21				5	4	–

Решение. Нарисуем все дороги, указывая их длину.



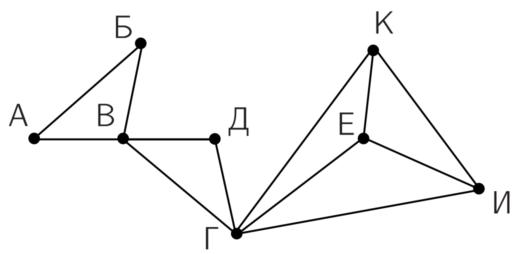


Находим сумму чисел, указанных в кружках.

Ответ: **18**

№ 11. Определите, какова длина прямой дороги из пункта В в пункт Г. В ответе запишите целое число — так, как оно указано в таблице.

–	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1	–		24					40
П2		–			25	62	48	
П3	24		–	25		41		27
П4			25	–		26		
П5		25			–	43	34	
П6		62	41	26	43	–	68	
П7		48			34	68	–	
П8	40		27					–

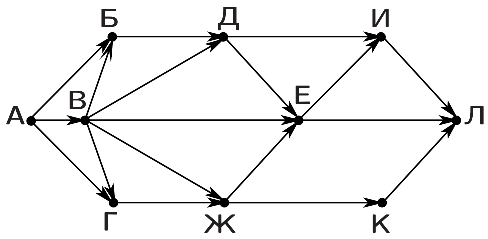


Решение. В пункте В сходятся 4 дороги и только одна строка (один столбец) в таблице имеет четыре заполненных ячейки — это П3.

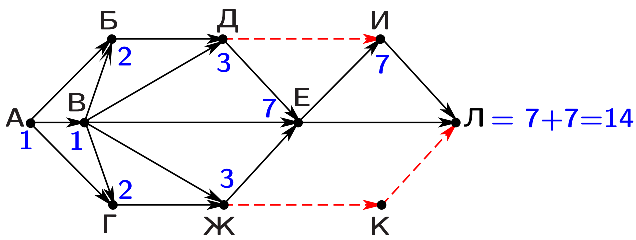
В пункте Г сходятся 5 дорог и только одна строка (один столбец) в таблице имеет пять заполненных ячеек — это П6.

На пересечении П3 и П6 указана длина прямой дороги между пунктами В и Г. Ответ: **41**

№ 12. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л, проходящих через город Е?



Решение. Вычеркиваем дороги, не проходящие через город Е (отмечены пунктиром). Последовательно, начиная от пункта А, считаем количество дорог, ведущих в каждый город.



Ответ: **14**

№ 13. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
		0				1	1	0
1		0		1	1			1
			1				0	0

Каким выражением может быть F?
1) $\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee x_8$
2) $x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$
3) $\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_7 \vee \neg x_8$
4) $x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$

Решение. В вариантах ответов используются или операции дизъюнкции, или операции конъюнкции.

A	B	A $\vee$ B	A $\wedge$ B
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

Таблица истинности для выражения F соответствует операции конъюнкции (функция F принимает нулевое значение более одного раза).
Ответы 1) и 3) отбрасываем.

Рассматриваем ответ 2) и вторую строку таблицы:

$$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8 =$$
$$= 1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg 0 \wedge \neg x_4 \wedge 1 \wedge 1 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8 = 1 \wedge \neg x_2 \wedge 1 \wedge \neg x_4 \wedge 1 \wedge 1 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8 =$$

убираем умножение на 1: $= \neg x_2 \wedge \neg x_4 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8$.

Это выражение может быть истинно при $x_2 = x_4 = x_7 = x_8 = 0$, а так как эти значения во второй строке не заданы, то они могут выбираться произвольно.

Ответ 2) подходит.

Проверим также ответ 4) и вторую строку таблицы:

$$x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8 =$$
$$= 1 \wedge x_2 \wedge \neg 0 \wedge x_4 \wedge 1 \wedge \neg 1 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8 =$$
$$= 1 \wedge x_2 \wedge 1 \wedge x_4 \wedge 1 \wedge 0 \wedge \neg x_7 \wedge \neg x_8 = 0 \quad \text{для любых } x_2 = x_4 = x_7 = x_8.$$

Ответ 4) не подходит.

Ответ: **2**

№ 14. Логическая функция F задаётся выражением $F = y \wedge z \vee (\neg x) \wedge z$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z?
В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая 1-му столбцу; затем — буква, соответствующая 2-му столбцу; затем — буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

?	?	?	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Решение. Преобразуем исходное выражение $F = y \wedge z \vee (\neg x) \wedge z = z \wedge (y \vee \neg x)$. Для поиска ответа используем информацию о том, что $F = 1$ только в трех случаях

Построим таблицу значений $F = z \wedge (y \vee \neg x) = 1$:

z	y	x	F
1	0	0	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Для сравнения приведем строки из заданной таблицы, в которых $F = 1$:

?	?	?	F
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Легко видеть, что первый столбец — это z, второй — x, третий — y. Ответ: ***zxy***

№ 15. В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» — символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (тыс.)
Орёл & Гнездо & Клетка	0
Орёл | Гнездо | Клетка	1100
Орёл & Клетка	120
Орёл & Гнездо	210
Гнездо & Клетка	290
Орёл	700

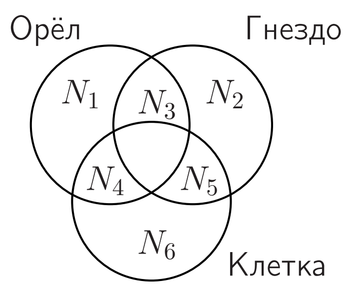
Какое количество страниц (в сотнях тысяч) будет найдено по запросу

Гнездо | Клетка?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Решение. Особенность задачи: множества попарно пересекаются, но общего пересечения всех трех множеств нет. Обозначим О — Орёл, К — Клетка, Г — Гнездо.

Способ I. Строим диаграмму Эйлера–Венна. N_i — количество запросов в каждой области. Для каждого запроса записываем уравнения.



О & Г & К	0	
О | Г | К	$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 = 1100$	(1)
О & К	$N_4 = 120$	(2)
О & Г	$N_3 = 210$	(3)
Г & К	$N_5 = 290$	(4)
О	$N_1 + N_3 + N_4 = 700$	(5)
Г | К	$N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 = x$	(6)

С учетом (6) выражение (1) перепишем в виде: $N_1 + x = 1100$. Если найдем N_1, то найдем и x. N_1 находим из (5) с учетом (2) и (3): $N_1 = 370$. $x = 1100 - 370 = 730$.

Способ II. Используем формулы включений-исключений для двух и трех множеств:

$$\mathsf{A} \,|\, \mathsf{B} = \mathsf{A} + \mathsf{B} - \mathsf{A} \,\&\, \mathsf{B}, \qquad \mathsf{A} \,|\, \mathsf{B} \,|\, \mathsf{C} = \mathsf{A} + \mathsf{B} + \mathsf{C} - \mathsf{A} \,\&\, \mathsf{B} - \mathsf{A} \,\&\, \mathsf{C} - \mathsf{B} \,\&\, \mathsf{C} + \mathsf{A} \,\&\, \mathsf{B} \,\&\, \mathsf{C}.$$

В наших обозначениях и с учетом $\mathsf{О} \,\&\, \mathsf{Г} \,\&\, \mathsf{К} = 0$ последняя формула перепишется в виде:

$$\mathsf{О} \,|\, \mathsf{Г} \,|\, \mathsf{К} = \mathsf{О} + \mathsf{Г} + \mathsf{К} - \mathsf{О} \,\&\, \mathsf{Г} - \mathsf{О} \,\&\, \mathsf{К} - \mathsf{Г} \,\&\, \mathsf{К}.$$

Перегруппируем и используем формулу включений-исключений для двух множеств:

$$\text{О}\,|\,\text{Г}\,|\,\text{К} = \text{О} - \text{О}\,\&\,\text{Г} - \text{О}\,\&\,\text{К} + \underbrace{\text{Г} + \text{К} - \text{Г}\,\&\,\text{К}}_{\text{Г}\,|\,\text{К}};$$

$$\text{Г}\,|\,\text{К} = \text{О}\,|\,\text{Г}\,|\,\text{К} - \text{О} + \text{О}\,\&\,\text{Г} + \text{О}\,\&\,\text{К} = 1100 - 700 + 210 + 120 = 730.$$

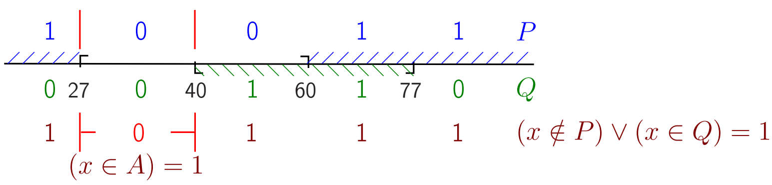
Ответ: **730**

№ 16. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [27, 60]$ и $Q = [40, 77]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что формула $((x \in P) \to (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \to \neg(x \in P))$ истинна при любом значении переменной x.

Решение. Используя законы логики $A \to B = \neg A \vee B$; $\neg(\neg A) = A$; $A \vee A = A$, упрощаем выражение

$$((x \in P) \to (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \to \neg(x \in P)) = ((x \notin P) \vee (x \in Q)) \vee ((x \in A) \vee (x \notin P)) =$$
$$= (x \notin P) \vee (x \in Q) \vee (x \in A) \vee (x \notin P) = (x \notin P) \vee (x \in Q) \vee (x \in A).$$

Выражение $(x \notin P) \vee (x \in Q)$ истинно везде, кроме $[27; 40]$. Так как $(x \in A)$, то $A = [27; 40)$.



Ответ: **13**

№ 17. Введем выражение $M\&K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию положительных целых чисел M и K. Так, например, $13\&7 = 1101_2\&0111_2 = 0101_2 = 5$.

Определите наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$(x\&A = 0) \to ((x\&58 = 0) \to (x\&49 \neq 0))$$

тождественно истинно?

Решение. Будем использовать обозначения: K вместо $(x\&K = 0)$ и $\overline{K}$ вместо $(x\&K \neq 0)$. Запишем исходное выражение с учетом этих обозначений и преобразуем его:

$$A \to (58 \to \overline{49}) = \overline{A} \vee \overline{58} \vee \overline{49} = (\overline{\overline{58} \vee \overline{49}}) \to \overline{A} = (58 \wedge 49) \to \overline{A}.$$

Требуется найти наименьшее натуральное число A, такое что выражение

$$((x\&58 = 0) \wedge (x\&49 = 0)) \to (x\&A \neq 0) = 1.$$

Если конъюнкция $((x\&58 = 0) \wedge (x\&49 = 0))$ истинна, то и $(x\&A \neq 0)$ должно быть истинно.

Вычислим поразрядные конъюнкции $x\&58$ и $x\&49$ (числа записываем в двоичной системе счисления):

x	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0
58	1	1	1	0	1	0
$x\&58$	x_5	x_4	x_3	0	x_1	0

Для выполнения $x\&58 = 0$ нужно, чтобы $x_1 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$.

x	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0
49	1	1	0	0	0	1
$x\&49$	x_5	x_4	0	0	0	x_0

Для выполнения $x\&49 = 0$ нужно, чтобы $x_0 = x_4 = x_5 = 0$.

Для выполнения

$$(x\&58 = 0) \wedge (x\&49 = 0) = 1$$

требуется $x_0 = x_1 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$. И так как $(x\&A \neq 0)$ должно быть истинно, то $a_2 = 1$ (т. е. второй бит в числе A должен быть ненулевым). Минимальное число, отвечающее этому условию: $100_2 = 4$.

Ответ: **4**

№ 18. В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 9. Значения элементов равны 6; 9; 9; 2; 1; 5; 0; 3; 0; 8, соответственно, т. е. $A[0] = 6$; $A[1] = 9$ и т. д.

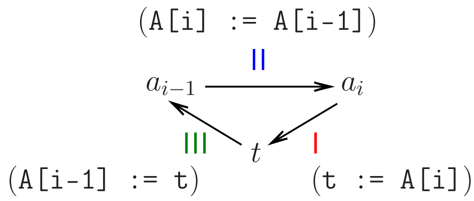
Определите значение переменной c после выполнения следующего фрагмента программы.

```
c := 0;
for i := 1 to 9 do
  if A[i - 1] <= A[i] then
  begin
    t := A[i];
    A[i] := A[i - 1];
    A[i - 1] := t
  end
  else c := c + 1;
```

Решение. Операторы

```
t := A[i];
A[i] := A[i - 1];
A[i - 1] := t
```

служат для обмена значениями двух элементов массива (см. рис.).



В приведенном фрагменте программы сравниваются соседние элементы массива и в случае выполнения условия `A[i - 1] <= A[i]` (т. е. левый элемент меньше либо равен правого) они обмениваются значениями, в противном случае — увеличивается счетчик `c`.

Представим процесс работы с элементами массива в виде таблице.

	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	c
	a_i	6	9	9	2	1	5	0	3	0	8	0
Работа с элементами массива на каждом шаге цикла												
1	$a_0 \leqslant a_1$	$6 \leftrightarrow 9$										0
2	$a_1 \leqslant a_2$	9	$6 \leftrightarrow 9$									0
3	$a_2 \nleqslant a_3$	9	9	6	2							1
4	$a_3 \nleqslant a_4$	9	9	6	2	1						2
5	$a_4 \leqslant a_5$	9	9	6	2	$1 \leftrightarrow 5$						2
6	$a_5 \nleqslant a_6$	9	9	6	2	5	1	0				3
7	$a_6 \leqslant a_7$	9	9	6	2	5	1	$0 \leftrightarrow 3$				3
8	$a_7 \leqslant a_8$	9	9	6	2	5	1	3	$0 \leftrightarrow 0$			3
9	$a_8 \leqslant a_9$	9	9	6	2	5	1	3	0	$0 \leftrightarrow 8$		3

Ответ: **3**

№ 19. Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Опишите на одном из языков программирования алгоритм, позволяющий найти и вывести количество пар элементов массива, сумма которых кратна трём и не кратна пяти. Под парой подразумевается два подряд идущих элемента массива. Если пары, соответствующие условию задачи, в массиве отсутствуют, требуется вывести первый элемент массива.

Исходные данные объявлены так, как показано во фрагменте программы. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

```
const N = 30;
var a: array [1..N] of Integer;
    i, j, k: Integer;
begin
  for i := 1 to N do Readln(a[i]);
  ...
end.
```

Решение. Для пары соседних элементов a_i и a_{i+1} интервал изменения индексов $i = 1, \ldots, N-1$.

Ответ (Способ 1)

```
k := 0;
for i := 1 to N-1 do
begin
  j := a[i] + a[i+1];
  if (j mod 3 = 0) and (j mod 5 <> 0) then k := k + 1
end;
if k <> 0 then Writeln(k)
else
  Writeln(a[1]);
```

Ответ (Способ 2)

```
k := 0;
for i := 1 to N-1 do
  if ((a[i] + a[i+1]) mod 3 = 0) and ((a[i] + a[i+1]) mod 5 <> 0) then
    k := k + 1
end;
if k <> 0 then Writeln(k)
else
  Writeln(a[1]);
```

Примечание: на экзамене требуется указать название и используемую версию языка программирования. Приведенный в ответе программный код написан с использованием стандартного синтаксиса языка Pascal. Можно указывать любую версию языка Pascal: Free Pascal 2.6, Borland Pascal 7.0, Pascal ABC, ...

№ 20. На обработку поступает последовательность из четырех неотрицательных целых чисел (некоторые числа могут быть одинаковыми). Нужно написать программу, которая выводит на экран количество нечётных чисел в исходной последовательности и минимальное нечётное число. Если нечётных чисел нет, требуется на экран вывести «No». Известно, что вводимые числа не превышают 1000. Программист написал программу неправильно. Ниже приведена эта программа.

Последовательно выполните задания.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе последовательности: 2 9 4 3.

Решение 1. Переменная k хранит количество нечетных чисел, а переменная m хранит максимальное нечетное значение. Программа напечатает слово «No», так как счетчик k будет равен 2, т. е. будет > 0. Ответ 1: **No**

2. Приведите пример такой последовательности, что, несмотря на ошибки, программа печатает правильный ответ.

Решение 2. Программа будет выдавать верный ответ в случае отсутствия в последовательности нечётных чисел. Например, 2 4 2 2. Ответ 2: **2 4 2 2**

3. Найдите все ошибки в этой программе (их может быть одна или несколько). Известно, что каждая ошибка затрагивает только одну строку и может быть исправлена без изменения других строк. Для каждой ошибки:

1) выпишите строку, в которой сделана ошибка;

2) укажите, как исправить ошибку, т. е. приведите правильный вариант строки.

Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования.

Обратите внимание, что требуется найти ошибки в имеющейся программе, а не написать свою, возможно, использующую другой алгоритм решения. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой находится ошибка.

```
const n = 4;
var i, x, m, k: Integer;
begin
  k := 0;
  m := 1;
  for i := 1 to n do
  begin
    Readln(x);
    if x mod 2 <> 0 then
    begin
      k := k + 1;
      if x > m then m := x
    end
  end;
  if k < 0 then
    Writeln(k, ' ', m)
  else
    Writeln('No')
end.
```

Решение 3.

I ошибка. Неверная инициализация минимума (`m := 1`).

II ошибка. Неверное условие при поиске минимума (строка `if x > m then`).

III ошибка. Неверное условие при выводе ответа (строка `k < 0`).

Ответ 3:

I ошибка.	1) `m := 1;`	2) `m := 1000;`
II ошибка.	1) `if x > m then`	2) `if x < m then`
III ошибка.	1) `k < 0`	2) `k > 0`

№ 21. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу *один* или *три* камня или увеличить количество камней в куче *в два раза*. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 44.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 44 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leqslant S \leqslant 43$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1

а) Укажите все такие значения числа S, при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S, и укажите выигрывающие ходы.

б) Укажите такое значение S, при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2. Укажите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3. Укажите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

Информация для решения:

Первый ход: Петя.

Ходы: $+1$, $+3$, $\times 2$.

Количество камней в начальный момент: $1 \leqslant S \leqslant 43$.

Победа: $S \geqslant 44$.

Ответ на задание 1а: $S = 22, \ldots, 43$.

Петя может выиграть в один ход, удвоив количество камней в куче, если $S = 22, \ldots, 43$. При меньших значениях S за один ход нельзя получить кучу, в которой будет 44 или более камней.

Ответ на задание 1б: $S = 21$

Ваня может выиграть первым ходом при любой игре Пети, если в начальный момент в куче будет $S = 21$ камень. После первого хода Пети в куче будет 22, 24 или 42 камня. Во всех случаях Ваня удваивает количество камней и выигрывает в один ход.

Ответ на задание 2: $S = 18$, $S = 20$.

Имея в начальный момент в куче $S = 18$ или $S = 20$ камней, Петя не может выиграть первым ходом. Однако он может получить кучу из 21 камня (добавив в кучу в первом случае 3 камня, во втором — 1 камень). После хода Вани в куче будет 22, 24 или 42 камня. Во всех случаях Петя может выиграть своим вторым ходом, удвоив количество камней в куче.

Ответ на задание 3: Возможные значения: $S = 17$, $S = 19$.

При $S = 17$ после первого хода Пети в куче будет 18, 20 или 34 камня. Удвоив количество камней в куче, содержащей 34 камня, Ваня выиграет своим первым ходом. Ваня может добавить в кучу из 18 камней три камня, в кучу из 20 камней 1 камень. В этих случаях количество камней в куче будет 21. После второго хода Пети в куче будет 22, 24 или 42 камня. Ваня выигрывает своим вторым ходом, удвоив количество камней в куче.

При $S = 19$ после первого хода Пети в куче будет 20, 22 или 38 камней. Удвоив количество камней в куче, содержащей 38 или 22 камня, Ваня выиграет своим первым ходом. Ваня может добавить в кучу из 20 камней один камень и получить кучу из 21 камня. После второго хода Пети в куче будет 22, 24 или 42 камня. Ваня выигрывает своим вторым ходом, удвоив количество камней в куче.

На рисунке 1 изображено дерево возможных партий при описанной стратегии для значения $S = 17$. Прямоугольником обозначены позиции, в которых партия заканчивается победой Вани.

На рисунке 2 изображено дерево возможных партий при описанной стратегии для значения $S = 19$. Прямоугольником обозначены позиции, в которых партия заканчивается победой Вани.

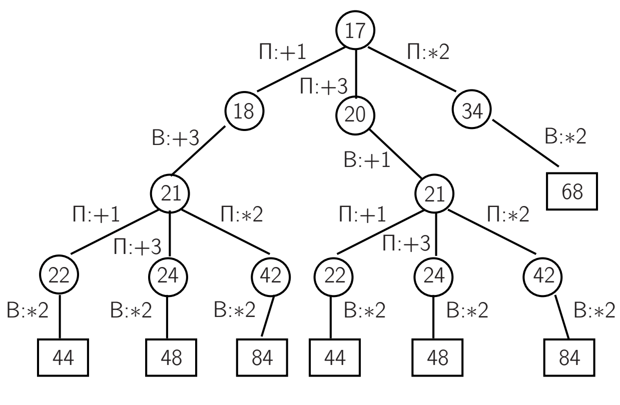


Рис. 1: Дерево всех партий при $S = 17$

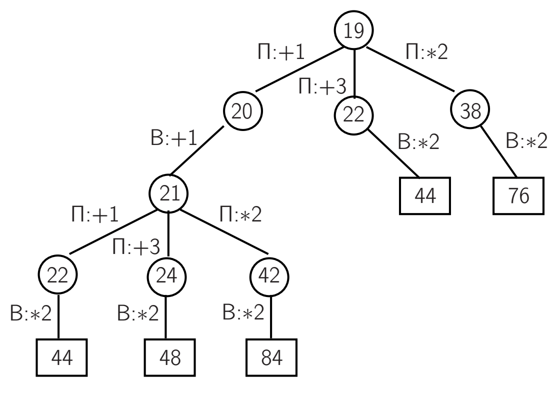


Рис. 2: Дерево всех партий при $S = 19$